

METODE PENUGASAN

Program Studi Informatika
Universitas Indraprasta PGRI

MASALAH PENUGASAN

Persoalan penugasan (assignment problem) merupakan kasus khusus dari persoalan transportasi.

Model penugasan pertama kali dikembangkan oleh D.Konig, ahli matematika dari Hungaria, sehingga metode penugasan sering disebut Hungarian Method.

- Untuk dapat menerapkan metode Hungarian, jumlah sumber yg ditugaskan harus sama dengan jumlah tugas yang akan diselesaikan.
- Setiap sumber harus ditugaskan hanya satu tugas.
Jadi masalah penugasan akan mencakup sejumlah n sumber yg mempunyai n tugas.
- Ada $n!$ (n faktorial) penugasan yg mungkin dlm suatu masalah karena perpasangan satu-satu.
- Masalah ini dpt dijelaskan dengan mudah oleh bentuk matrik segiempat, dimana baris-barisnya menunjukkan sumber-sumber dan kolom-kolomnya menunjukkan tugas-tugas.

Masalah penugasan dapat dinyatakan secara matematis dalam suatu bentuk Program Linear sebagai berikut :

Minimumkan (Maksimumkan) :

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij}$$

dengan kendala :

$$\sum_{i=1}^m X_{ij} = \sum_{j=1}^n X_{ij} = 1$$

dan $X_{ij} \geq 0$ ($X_{ij} = X_{ij}^2$) dimana C_{ij} adalah tetapan yang telah diketahui.

Masalah Minimasi

Jumlah baris = jumlah kolom

Suatu perusahaan kecil mempunyai 4 (empat) pekerjaan yg berbeda utk diselesaikan oleh 4 (empat) karyawan. Biaya penugasan seorang karyawan utk pekerjaan yg berbeda karena sifat pekerjaan yg berbeda-beda. Setiap karyawan mempunyai tingkat keterampilan, pengalaman kerja dan latar belakang pendidikan serta latihan yg berbeda, sehingga biaya penyelesaian pekerjaan yg sama oleh para karyawan yg berlainan juga berbeda. Biaya penugasan karyawan utk masing-masing pekerjaan adalah sbb :

Karyawan	Pekerjaan (Rp/Unit)			
	I	II	III	IV
A	15	20	18	22
B	14	16	21	17
C	25	20	23	20
D	17	18	18	16

Karena metode Hungarian mensyaratkan perpasangan satu-satu, maka ada $4! = 24$ kemungkinan penugasan. Langkah-langkah penyelesaian sebagai berikut :

(a). Merubah matriks biaya menjadi matriks opportunity cost, yaitu dgn memilih elemen terkecil dari setiap baris dari matriks biaya mula-mula utk mengurangi seluruh elemen (bilangan) dlm setiap baris.

Tabel Reduced-Cost Matriks

Karyawan	Pekerjaan (Rp/Unit)			
	I	II	III	IV
A	15-15	20-15	18-15	22-15
B	14-14	16-14	21-14	17-14
C	25-20	20-20	23-20	20-20
D	17-16	18-16	18-16	16-16

(b). Reduced Cost Matrix di atas terus dikurangi utk mendapatkan Total Opportunity Cost Matrix. Hal ini dicapai dgn memilih elemen terkecil dari setiap kolom pada reduced cost matrix utk mengurangi seluruh elemen dlm kolom-kolom tsb. Pada contoh, hanya dilakukan pada kolom III karena semua kolom lainnya telah mempunyai elemen yang bernilai nol. Bila langkah pertama telah menghasilkan paling sedikit satu nilai nol pada setiap kolom, langkah kedua ini dapat dihilangkan.

Total Opportunity Cost Matrix

Karyawan

Pekerjaan (Rp/Unit)

I

II

III

IV

A

0

5

3-2

7

B

0

2

7-2

3

C

5

0

3-2

0

D

1

2

2-2

0

Karyawan

Pekerjaan (Rp/Unit)

I

II

III

IV

A

0

5

1

7

B

0

2

5

3

C

5

0

1

0

D

1

2

0

0

(c). Mencari skedul penugasan dgn suatu total opportunity cost nol. Untuk mencapai penugasan ini dibutuhkan 4 "independent" dalam matrix. Ini berarti setiap karyawan hrs ditugaskan hanya utk satu pekerjaan dengan opp-cost- nol atau setiap pekerjaan hrs diselesaikan hanya oleh satu karyawan.

Prosedur praktis utk melakukan test optimisasi adalah dgn menarik sejumlah minimum grs horizontal dan /atau vertikal utk meliputi seluruh elemen bernilai nol dlm total-oppt-cost matrix.

Total Opportunity Cost Matrix

Karyawan	Pekerjaan (Rp/Unit)			
	I	II	III	IV
A	0	5	1	7
B	0	2	5	3
C	5	0	1	0
D	1	2	0	0

(d). Untuk merevisi total-opp-cost matrix, pilih elemen terkecil yg belum terliput garis-garis (opp-cost terendah) untuk mengurangi seluruh elemen yg belum terliput. Kemudian tambahkan dgn jumlah yg sama pd seluruh

elemen-elemen yg mempunyai dua garis
yg saling bersilangan. Masukkan hasil ini
pada matrix.

Revised Matrix & Test for Optimality

Karyawan	Pekerjaan (Rp/Unit)			
	I	II	III	IV
A	0	5-1	1-1	7-1
B	0	2-1	5-1	3-1
C	5+1	0	1	0
D	1+1	2	0	0

Revised Matrix & Test for Optimality

Karyawan	Pekerjaan (Rp/Unit)			
	I	II	III	IV
A	0	4	0	6
B	0	1	4	2
C	6	0	1	0
D	2	2	0	0

Skedul Penugasan : A - III = 18

B - I = 14

C - II = 20

D - IV = 10

Total Biaya = 68

1.2. Jumlah baris \neq jumlah kolom

Syarat untuk menyelesaikan persoalan penugasan dengan metode Hungarian adalah jumlah baris (jumlah pekerjaan) sama dengan jumlah kolom (jumlah karyawan).

Pada kasus persoalan dimana jumlah baris (jumlah pekerjaan) tidak sama dengan kolom (jumlah karyawan), maka harus menyeimbangkan jumlah baris = jumlah kolom. Tekniknya dengan menambah variabel *dummy* bernilai nol pada baris atau kolom. Jika baris $<$ kolom maka variabel *dummy dummy* ditambahkan pada baris, sebaliknya jika kolom $<$ baris, maka variabel *dummy* ditambahkan pada kolom.

Contoh :

Karyawan	Biaya Pekerjaan (Rp)				
	I	II	III	IV	V
A	15	20	18	22	21
B	14	16	21	17	15
C	25	20	23	20	17
D	17	18	18	16	18

Pertanyaan : Tentukan penugasan karyawan ke masing-masing pekerjaan dengan biaya pekerjaan yang minimum !

Penyelesaian :

Karyawan	Biaya Pekerjaan (Rp)				
	I	II	III	IV	V
A	15	20	18	22	21
B	14	16	21	17	15
C	25	20	23	20	17
D	17	18	18	16	18
Dummy	0	0	0	0	0

Penyelesaian :

Karyawan	Biaya Pekerjaan (Rp)				
	I	II	III	IV	V
A	15-15	20-15	18-15	22-15	21-15
B	14-14	16-14	21-14	17-14	15-14
C	25-17	20-17	23-17	20-17	17-17
D	17-16	18-16	18-16	16-16	18-16
Dummy	0	0	0	0	0

Penyelesaian :

Karyawan	Biaya Pekerjaan (Rp)				
	I	II	III	IV	V
A	0	5	3	7	6
B	0	2	7	3	1
C	8	3	6	3	0
D	1	2	2	0	2
Dummy	0	0	0	0	0

Penyelesaian :

Karyawan	Biaya Pekerjaan (Rp)				
	I	II	III	IV	V
A	0	5	3	7	6
B	0	2	7	3	1
C	8	3	6	3	0
D	1	2	2	0	2
Dummy	0	0	0	0	0

Penyelesaian :

Karyawan	Biaya Pekerjaan (Rp)				
	I	II	III	IV	V
A	0	5-2	3-2	7	6
B	0	2-2	7-2	3	1
C	8	3-2	6-2	3	0
D	1	2-2	2-2	0	2
Dummy	0	0	0	0	0

Penyelesaian :

Karyawan	Biaya Pekerjaan (Rp)				
	I	II	III	IV	V
A	0	3	1	7	6
B	0	0	5	3	1
C	8	1	4	3	0
D	1	0	0	0	2
Dummy	2	0	0	2	2

Skedul Penugasan :

No.	Skedul Penugasan	Biaya (Rp)
1	A – I	15
2	B – II	16
3	C – V	17
4	D - IV	16
5	Dummy – III	0
Jumlah		64