

# SISTEM BERBASIS PENGETAHUAN

## TEOREMA BAYES

PERTEMUAN KE - 11

# PENDAHULUAN

- ❖ Thomas Bayes, Inggris, 1763
- ❖ Disempurnakan oleh Laplace

Digunakan untuk menghitung Probabilitas terjadinya suatu peristiwa berdasarkan pengaruh yang didapat dari hal observasi

Teorema Bayes memungkinkan seseorang untuk mempengaruhi keyakinannya mengenai sebuah parameter setelah data diperoleh.

# PENDAHULUAN

Sesuai dengan probabilitas subjektif, bila seseorang mengamati kejadian B dan mempunyai keyakinan bahwa ada kemungkinan B akan muncul, maka probabilitas B disebut **Probabilitas Prior**

Setelah ada informasi tambahan bahwa misalnya kejadian A telah muncul, mungkin akan terjadi perubahan terhadap perkiraan semula mengenai kemungkinan B akan muncul. Probabilitas untuk B sekarang adalah probabilitas bersyarat akibat A dan disebut **Probabilitas Posterior**

# REVIEW PROBABILITAS

1. Peluang Bersyarat
2. Peluang bebas

# PELUANG BERSYARAT

Peluang terjadinya kejadian A bila diketahui bahwa kejadian B telah terjadi

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

# CONTOH SOAL PELUANG BERSYARAT

Sebuah kotak berisi 5 bola merah dan 3 bola hijau dari dalam kotak diambil 2 buah bola satu per satu tanpa pengembailan. Berapakah peluang kedua bola hijau?

❖ Jawab :

$$\begin{aligned} & P(\text{Hijau 1} \cap \text{Hijau 2}) \\ &= P(\text{Hijau 1}) \times P(\text{Hijau 2} \mid \text{Hijau 1}) \\ &= \frac{3}{8} \times \frac{2}{7} \\ &= \frac{6}{56} \\ &= \frac{3}{28} \end{aligned}$$

# CONTOH SOAL PELUANG BERSYARAT

Sebuah kartu diambil dari 8 kartu identik yang dinomori 1,2,3, ... 8. Berapakah peluang kartu yang terambil bernomor prima jika diketahui kartu yang terambil bernomor ganjil?

❖ Jawab:

Bilangan Kartu = 1,2,3,4,5,6,7,8

Bilangan Kartu Ganji (G) = 3,5,7

Bilangan Kartu Prima (Pr) = 1,3,5,7

$P(\text{Pr} | \text{G}) = 3/4$

# PELUANG BEBAS

Dua kejadian yang saling bebas artinya kejadian yang satu **tidak mempengaruhi** atau bergantung dengan kejadian lainnya.

$$P(E1 \cap E2) = P(E1) \times P(E2)$$

# CONTOH SOAL PELUANG BEBAS

Dua keeping uang logam dilempar bersamaan misalkan A adalah kejadian munculnya gambar pada keping pertama dan B adalah kejadian munculnya gambar pada keping kedua. Tentukan peluang kejadian A dan B?

❖ Jawab:

$$\begin{aligned}\text{Peluang ( A irisan B )} &= \text{Peluang A X Peluang B} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}\end{aligned}$$

# CONTOH PELUANG BEBAS

Dua buah dadu dilempar Bersama-sama berwarna merah, dan yang satu berwarna hijau jika A adalah kejadian munculnya mata dadu 2 pada dadu merah dan B adalah kejadian munculnya mata dadu 5 pada dadu hijau apakah kejadian A dan B saling bebas?

❖ Jawab:

Kia buat format dari (merah, hijau)

$$A = \{(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6)\}$$

$$B = \{(1,5), (2,5), (3,5), (4,5), (5,5), (6,5)\}$$

$$\begin{aligned} P(A) &= n(A) / \text{ruang sampel A dan B} \\ &= 6/36 = 1/6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(B) &= n(B) / \text{ruang sampel A dan B} \\ &= 6/36 = 1/6 \end{aligned}$$

$$P(A \cap B) = (2,5) = 1/36$$

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= \text{Peluang A} \times \text{Peluang B} = \\ 1/36 &= 1/6 \times 1/6 \\ 1/36 &= 1/36 \end{aligned}$$

Karena peluang  $(A \cap B) = \text{peluang A} \times \text{peluang B}$  saling memenuhi yaitu  $1/36$  bias dilbilang kejadian saling bebas

# RUMUS UMUM TEOREMA BAYES

$$P(A | B) = \frac{P(B | A) \cdot P(A)}{P(B)}$$

$P(A | B)$  = Hasil yang dicari

$P(A)$  = Bobot Bayes

$P(B)$  = Jumlah Gejala

$P(B | A)$  = Bobot Gejala

# RUMUS TEOREMA BAYES

Evidence Tunggal dan Hipotesis Tunggal

$$P(A | B) = \frac{P(B | A) \cdot P(A)}{P(B)}$$

$P(A | B)$  = Probabilitas Hipotesis A terjadi jika Evidence B terjadi

$P(A)$  = Probabilitas A tanpa memandang Evidence apapun

$P(B)$  = Probabilitas evidence B tanpa memandang hipotesis A

$P(B | A)$  = Probabilitas munculnya evidence B jika A terjadi

# RUMUS TEOREMA BAYES

Evidence Tunggal dan Hipotesis Ganda

$$P(A1) = \frac{P(B | A1) \cdot P(A1)}{\sum_{k=1}^n P(B | HK) * P(HK)}$$

$P(A1)$  = Probabilitas Hipotesis A1

$P(B | A1)$  = Probabilitas munculnya evidence B jika A1 terjadi

$\sum_{k=1}^n P(B | HK) * P(HK)$  = Penjumlahan probabilitas munculnya evidence B jika A ke k terjadi

# CONTOH SOAL

Diketahui Penyakit Tanaman Kedelai yaitu:

PID	Penyakit
P01	Penyakit <i>Corynespora Cassicola</i>
P02	Penyakit R Solami
P03	Penyakit Antraknose
P04	Penyakit Hawar Batang
P05	Penyakit Karat
P06	Penyakit Virus Mozaik
P07	Penyakit <i>Cercospora Kikuchi</i>
P08	Penyakit Pustul Bakter
P09	Penyakit Down Mildew

# CONTOH SOAL

Gejala Penyakit  
Tanaman Kedelai

GID	Gejala
G01	Ada bercak kemerahan pada akar
G02	Ada bercak kemerahan pada batang
G03	Ada batang dekat akar busuk
G04	Pada batang timbul bitnik-bitnik hitam berupa duri-duri jamur
G05	Batang tanaman menjadi kering
G06	Ada bercak coklat tua pada batang bawah dekat permukaan tanah
G07	Ada miselium putih pada pangkal batang
G08	Ada bercak merah karat pada bagian daun, batang, dan tangkai
G09	Bijinya mengecil
G10	Bijinya berwarna Ungu
G11	Ada biji yang rusak
G12	Tulang daun padaa batang berwarna kurang jernih
G13	Bercak daun membentuk lingkaran seperti papan tembak
G14	Daun mengkerut dan mempunyai gambar mozaik

Gejala	Penyakit								
	P01	P02	P03	P04	P05	P06	P07	P08	P09
G01	1	0	0	0	0	0	0	0	0
G02	1	0	0	0	0	0	0	0	0
G03	0	1	0	0	0	0	0	0	0
G04	0	0	1	0	0	0	0	0	0
G05	0	1	0	0	0	0	0	0	0
G06	0	0	0	1	0	0	0	0	0
G07	0	0	0	1	0	0	0	0	0
G08	0	0	0	0	1	0	0	0	0
G09	0	0	0	0	0	1	0	0	0
G10	0	0	0	0	0	0	1	0	0
G11	0	0	0	0	0	0	1	0	0
G12	0	0	0	0	0	1	0	0	0
G13	1	0	0	0	0	0	0	0	0
G14	0	0	0	0	0	1	0	0	0

# CONTOH SOAL

Jika diketahui. Gejala yang tampak pada tanaman kedelai ada 2 gejala yaitu G01 dan G02. Berdasarkan gejala tersebut dapat dihitung P01 dan P03. P (P01) dan P (P03) adalah 0.11, P(G01) = 0.3, dan P(G02)=0.3 Hitunglah Probabilitas penyakit terhadap kedua gejala tersebut!

Jawaban : Misalnya tanaman kedelai memiliki fakta G01 dan G02, berdasarkan gejala tersebut dapat dihitung:

❖ Penyakit P01 Gejala G01

$$P(P01 | G01) = \frac{P(G01 | P01) * P (P01)}{P(G01 | P01)*P(P01) + P(G01 | P02)*P(P02)+ \dots P(G01 | P09)*P(P09)}$$

# PENYELESAIAN SOAL

❖ Penyakit P01 Gejala G01

$$\begin{aligned}P(P01 | G01) &= 0.3 \times 0.11 / (0.3 \times 0.11) + (0.3 \times 0.11) + 0 \\ &= 0.033 / 0.066\end{aligned}$$

❖ Penyakit P01 Gejala G02

$$\begin{aligned}P(P01 | G02) &= 0.3 \times 0.11 / (0.3 \times 0.11) + (0.3 \times 0.11) + 0 \\ &= 0.033 / 0.066 = 0.5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Total Bayes 1} &= P(P01 | G01) + P(P01 | G02) \\ &= 0.5 + 0.5 = 1\end{aligned}$$

# PENYELESAIAN SOAL

❖ Penyakit P03 Gejala G01

$$P(P03 | G01) = 0 * 0.11 / (0 * 0.11) + 0 = 0$$

❖ Penyakit P03 Gejala G02

$$P(P03 | G02) = 0 * 0.11 / (0 * 0.11) + 0 = 0$$

$$\begin{aligned} \text{Total Bayes 2} &= P(P03 | G01) + P(P03 | G02) \\ &= 0 + 0 = 0 \end{aligned}$$

# PENYELESAIAN SOAL

$$\begin{aligned}\text{Hasil} &= \text{Total bayes 1} + \text{Total bayes 2} \\ &= 1 + 0 \\ &= 1\end{aligned}$$

Maka perhitungan probabilitas penyakit adalah

$$P(P01) = 1/1 \times 100\% = 100\%$$

$$P(P03) = 0/1 \times 100\% = 0$$

Jadi, Probabilitas kedua gejala ada 100% akan menyimpulkan kemungkinan tanaman kedelai terkena penyakit *Corynespora Cassicola* (target Spot) [P01].

# LATIHAN

Jika diketahui. Gejala yang tampak pada tanaman kedelai ada 2 gejala yaitu G03 dan G04. Berdasarkan gejala tersebut hitung P02 dan P03.

Jika probabilitas penyakit Rebah Kecambah 0.15, probabilitas penyakit Antraknose 0.11, probabilitas gejala memandangi penyakit adalah ada batang dekat akar busuk 0.35 sedangkan batang timbul bintik-bintik hitam berupa duri-duri jamur 0.4

Hitunglah probabilitas penyakit terhadap kedua gejala tersebut!

# SUMBER REFERENSI

Azmi, Z dan Yasin, V. 2017. *Pengantar Sistem Pakar dan Metode (Introduction of Expert System and Methods)*. Jakarta: Mitra Wacana Media.

Subakti, Irfan. 2002. *Sistem Berbasis Pengetahuan (Knowledge Based System)*. Surabaya : Teknik Informatika, Institute Teknologi Sepuluh November.

Kusrini. 2006. *Sistem Pakar Teori dan Aplikasi*. Yogyakarta: Andi.