PERTEMUAN 6

KALKULUS DASAR

Program Studi Informatika
Universitas Indraprasta PGRI

Turunan fungsi Aljabar

- Rumus turunan fungsi pangkat

$$f(x) = x^n \text{ maka } f'(x) = nx^{n-1}$$

- Rumus turunan hasil kali fungsi

$$f(x) = u\,(x).\,v(x)\; maka\; f'(x) = \; u'v + v'u$$

- Rumus turunan fungsi pembagian

$$f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}\; maka\; f'(x) = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

- Rumus turunan fungsi pangkat

$$f(x) = (u(x))^n\; maka\; f'(x) = nu(n-1)u'$$

Contoh Soal

1. Tentukan turunan dari $f(x) = 3x^2$

   Jawab

   Gunakan rumus turunan fungsi pangkat sehingga

   $f'(x) = 3(2)x^{2-1}$

   $f'(x) = 6x$

2. Tentukan turunan dari $f(x) = 5x^2 + 2x$

   Jawab

   Gunakan rumus turunan fungsi pangkat sehingga

   $f'(x) = 5(2)x^{2-1} + 2$

   $f'(x) = 10x + 2$

3. $f(x) = \frac{1}{x^2}$

Jawab

$f(x) = x^{-2}$

$f'(x) = -2x^{-2-1}$

$f'(x) = -2x^{-3}$

4. $f(x) = (2x + 5)(3x - 1)$

Jawab

Gunakan rumus fungsi perkalian

Misalkan

$u = 2x + 5\ maka\ u' = 2$

$v = 3x - 1\ maka\ v' = 3$

$f(x) = u\ (x).\ v(x)\ maka\ f'(x) = \ u'v + v'u$

$f'(x) = \ u'v + v'u$

$f'(x) = 2(3x - 1) + 3(2x + 5)$

$f'(x) = 6x - 2 + 6x + 15$

$f'(x) = 12x + 13$

Turunan pertama dari fungsi $f(x) = \frac{(x+13)^{\frac{1}{2}}}{(x-4)^2}$ adalah...

$$f'(x) = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}(x+13)^{-\frac{1}{2}}.(x-4)^2 - (x+13)^{\frac{1}{2}}.2(x-4)}{((x-4)^2)^2}$$

$$= \frac{(x-4)\left(\frac{1}{2}.\frac{1}{(x+13)^{\frac{1}{2}}}(x-4) - 2(x+13)^{\frac{1}{2}}\right)}{(x-4)^4}$$

$$= \frac{\left(\frac{(x-4)}{2(x+13)^{\frac{1}{2}}} - 2(x+13)^{\frac{1}{2}}\right)}{(x-4)^3}$$

$$= \frac{\left(\frac{(x-4)}{2(x+13)^{\frac{1}{2}}} - \frac{4(x+13)}{2(x+13)^{\frac{1}{2}}}\right)}{(x-4)^3}$$

$$= \frac{\left(\frac{(x-4)-4x-52}{2(x+13)^{\frac{1}{2}}}\right)}{(x-4)^3}$$

$$= \frac{-3x-56}{2(x+13)^{\frac{1}{2}}}.\frac{1}{(x-4)^3}$$

$$= \frac{-3x-56}{2(x+13)^{\frac{1}{2}}(x-4)^3} = \frac{-3x-56}{2\sqrt{x+13}\,(x-4)^3}$$

Jika $y = \frac{x-3}{x+3}$; x tidak sama dengan nol,
maka y^1 = ...

A. $\frac{-6}{(x+3)^2}$
B. $\frac{6}{(x+3)^2}$
C. $\frac{2x}{(x+3)^2}$
D. $\frac{-2x}{(x+3)^2}$
E. $\frac{6-2x}{(x+3)^2}$

Pembahasan

$U = x - 3$
$V = x + 3$
$U^1 = 1$
$V^1 = 1$

$$y^1 = \frac{U^1 V - U V^1}{V^2}$$

$$y^1 = \frac{1\,(x+3) - (x-3)\,1}{(x+3)^2}$$

$$y^1 = \frac{x + 3 - x + 3}{(x+3)^2}$$

$$y^1 = \frac{6}{(x+3)^2}$$

Contoh 1

$f(x) = (2x - 1)(3x + 2)$ maka

$U = 2x - 1 \; maka \; U' = 2$

$V = 3x + 2 \; maka \; V' = 3$

$f'(x) = U'V + V'U$

$= 2(3x + 2) + 3(2x - 1)$

$= 6x + 4 + 6x - 3$

$= 12x + 1$

Contoh 2

$f(x) = \frac{(2x-1)}{(3x+2)}$ maka

$U = 2x - 1 \; maka \; U' = 2$

$V = 3x + 2 \; maka \; V' = 3$

$$f'(x) = \frac{U'V - V'U}{V^2}$$

$$= \frac{2(3x + 2) - 3(2x - 1)}{(3x + 2)^2}$$

$$= \frac{6x + 4 - 6x + 3}{(3x + 2)^2}$$

$$= \frac{7}{(3x + 2)^2}$$

Contoh soal

Turunan pertama dari $f(x) = 4\sqrt{2x^3 - 1}$ adalah

Pembahasan 1:

Soal ini merupakan fungsi yang berbentuk y = au^n yang dapat diselesaikan dengan menggunakan rumus $y' = n \cdot a \cdot u^{n-1} \cdot u'$. Maka:

$$f(x) = 4\sqrt{2x^3 - 1} = 4(2x^3 - 1)^{\frac{1}{2}}$$

Sehingga turunannya:

$$f'(x) = \tfrac{1}{2} \cdot 4(2x^3 - 1)^{-\frac{1}{2}} \cdot 6x^2$$

$$= 2(2x^3 - 1) \cdot 6x^2$$

$$= 12x^2(2x^3 - 1)^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{12x^2}{(2x^3-1)^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{12^2}{\sqrt{2x^3-1}}$$

Latihan Soal: Tentukan turunan pertama dari :

$f(x) = 3$

$f(x) = 2x$

$f(x) = 5x^3$

$f(x) = \frac{1}{2}x^4 + 5x^3 - 7x + 1$

$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 11x^2 - 12x + 10$

$f(x) = 3\sqrt{x}$

$f(x) = 5\sqrt[3]{x}$

$f(x) = (2x - 5)(x^3 - 3x^2 + 6x - 1)$

$f(x) = 5\sqrt{x} + 10x - \sqrt[3]{x}$

$f(x) = (3x^2 - 1)(4x - 7)$

$f(x) = \frac{2x - 1}{x^2 + 3}$

$f(x) = \frac{2x^3 + 5}{x - 3}$