

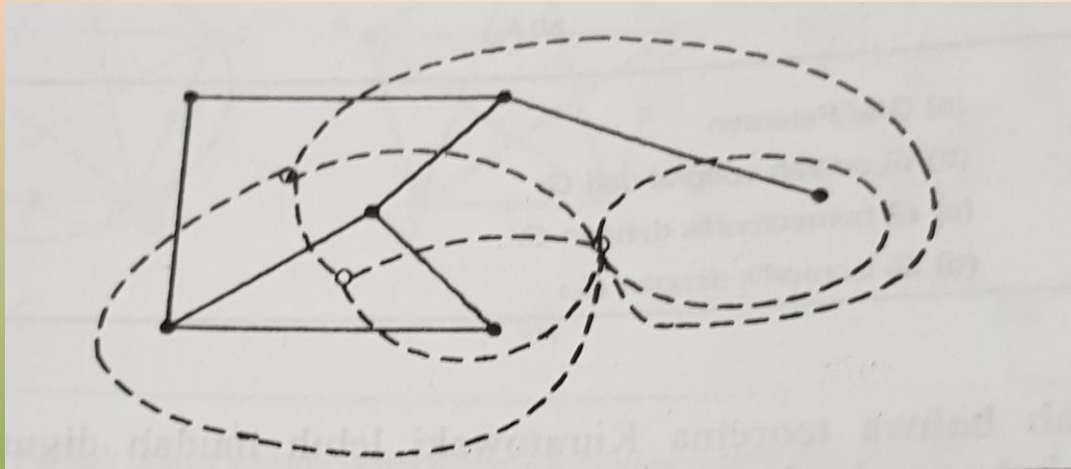
# PERTEMUAN 10

- GRAF DUAL (DUAL GRAF)
- LINTASAN DAN SIRKUIT EULER

# GRAF DUAL

- Misal ada graf planar  $G$  yang direpresentasikan sebagai graf bidang. Kita dapat membuat suatu graf  $G^*$  yang secara geometri merupakan dual dari graf planar. Caranya :
  - Pada tiap wilayah atau muka  $f$  di  $G$ , buatlah sebuah simpul  $v^*$  yang merupakan simpul untuk  $G^*$ .
  - Untuk setiap sisi  $e$  di  $G$ , tariklah sisi  $e^*$  (yang menjadi sisi untuk  $G^*$ ) yang memotong sisi  $e$  tersebut. Sisi  $e^*$  menghubungkan dua buah simpul  $v_1^*$  dan  $v_2^*$  (simpul-simpul di  $G^*$ ) yang berada didalam muka  $f_1$  dan  $f_2$  yang dipisahkan oleh sisi  $e$  di  $G$ . Untuk sisi  $e$  yang salah satu simpulnya merupakan simpul berderajat 1 (jadi, sisi  $e$  seluruhnya terdapat didalam sebuah muka), maka sisi  $e^*$  adalah berupa sisi gelang.
  - Graf  $G^*$  yang terbentuk dari cara penggambaran disebut **Graf Dual**

Contoh :



Sisi-sisi graf  $G^*$  digambarkan dengan garis putus-putus

# LINTASAN DAN SIRKUIT EULER

- **Lintasan Euler** ialah lintasan yang melalui masing-masing sisi di dalam graf tepat satu kali. Bila lintasan tersebut Kembali ke simpul asal, sehingga membentuk lintasan tertutup, maka lintasan tertutup tersebut disebut **Sirkuit Euler**.
- Graf yang mempunyai sirkuit Euler disebut **graf Euler** (*Eulerian graph*). Graf yang mempunyai lintasan Euler dinamakan graf **semi-Euler** (*semi-Eulerian graph*).

## Contoh.

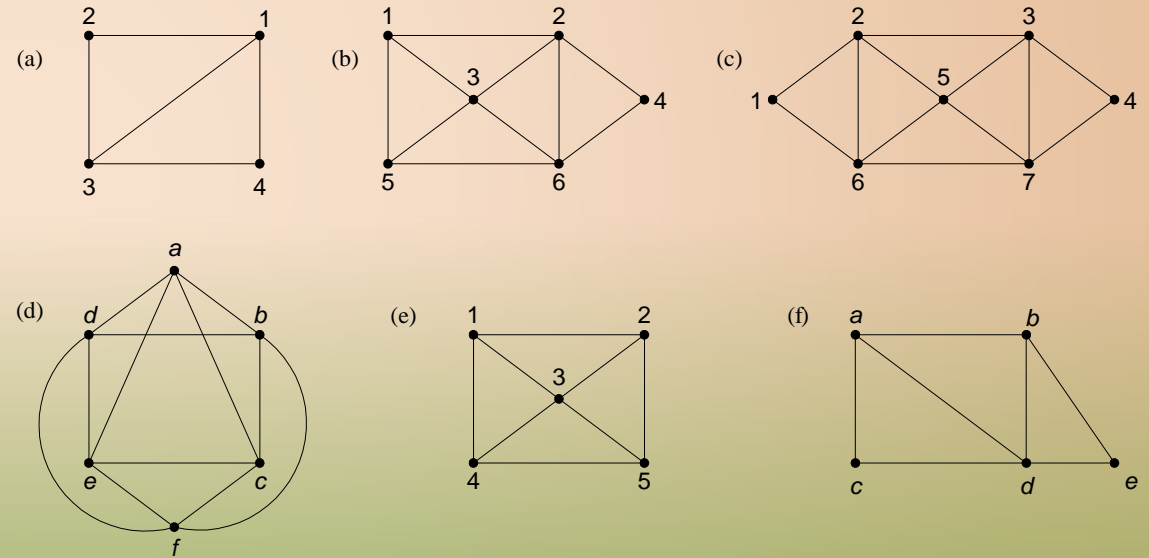
Lintasan Euler pada graf (a) : 3, 1, 2, 3, 4, 1

Lintasan Euler pada graf (b) : 1, 2, 4, 6, 2, 3, 6, 5, 1, 3

Sirkuit Euler pada graf (c) : 1, 2, 3, 4, 7, 3, 5, 7, 6, 5, 2, 6, 1

Sirkuit Euler pada graf (d) :  $a, c, f, e, c, b, d, e, a, d, f, b, a$

Graf (e) dan (f) tidak mempunyai lintasan maupun sirkuit Euler



(a) dan (b) graf semi-Euler

(c) dan (d) graf Euler

(e) dan (f) bukan graf semi-Euler atau graf Euler

# LINTASAN DAN SIRKUIT EULER

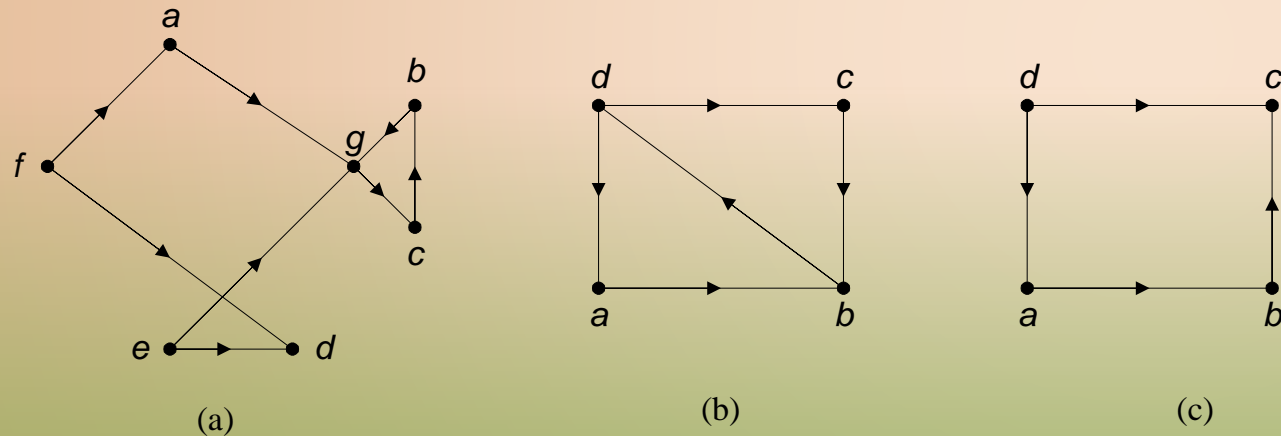
- **TEOREMA.** Graf tidak berarah memiliki lintasan Euler jika (graf semi-Euler) dan hanya jika terhubung dan memiliki dua buah simpul berderajat ganjil atau tidak ada simpul berderajat ganjil sama sekali.
- **TEOREMA.** Graf tidak berarah  $G$  adalah graf Euler (memiliki sirkuit Euler) jika dan hanya jika setiap simpul berderajat genap.



# LINTASAN DAN SIRKUIT EULER

**TEOREMA.** (a) Graf berarah  $G$  memiliki sirkuit Euler jika dan hanya jika  $G$  terhubung dan setiap simpul memiliki derajat-masuk dan derajat-keluar sama.

(b)  $G$  memiliki lintasan Euler jika dan hanya jika  $G$  terhubung dan setiap simpul memiliki derajat-masuk dan derajat-keluar sama kecuali dua simpul, yang pertama memiliki derajat-keluar satu lebih besar derajat-masuk, dan yang kedua memiliki derajat-masuk satu lebih besar dari derajat-keluar.



**Gambar** (a) Graf berarah Euler ( $a, g, c, b, g, e, d, f, a$ )  
(b) Graf berarah semi-Euler ( $d, a, b, d, c, b$ )  
(c) Graf berarah bukan Euler maupun semi-Euler