

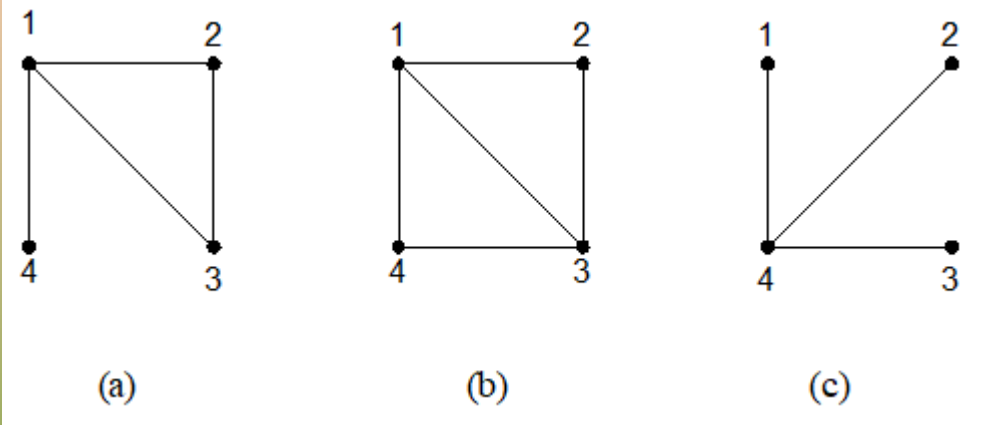
# PERTEMUAN 11

- LINTASAN DAN SIRKUIT HAMILTON
- LINTASAN TERPENDEK
- PEWARNAAN GRAF

# LINTASAN DAN SIRKUIT HAMILTON

- **Lintasan Hamilton** ialah lintasan yang melalui tiap simpul di dalam graf tepat satu kali. Bila lintasan kembali ke simpul asal sehingga membentuk lintasan tertutup maka dinamakan **Sirkuit Hamilton**.
- **Sirkuit Hamilton** ialah sirkuit yang melalui tiap simpul di dalam graf tepat satu kali, kecuali simpul asal (sekaligus simpul akhir) yang dilalui dua kali.
- Graf yang memiliki sirkuit Hamilton dinamakan **graf Hamilton**, sedangkan graf yang hanya memiliki lintasan Hamilton disebut **graf semi-Hamilton**.

Contoh :



- (a) Graf yang memiliki **lintasan Hamilton** (misal 3,2,1,4)  
(b) Graf yang memiliki **sirkuit Hamilton** (misal 1,2,3,4,1)  
(c) Graf yang tidak memiliki lintasan maupun sirkuit Hamilton

# LINTASAN DAN SIRKUIT HAMILTON

- Teorema Dirac : Jika  $G$  adalah graf sederhana dengan  $n$  buah simpul ( $n \geq 3$ ) sedemikian, sehingga derajat tiap simpul paling sedikit  $n/2$  (yaitu  $d(v) \geq n/2$  untuk setiap simpul  $v$  di  $G$ ), maka  $G$  adalah graf Hamilton.
- Teorema Ore : Jika  $G$  adalah graf sederhana dengan  $n$  buah simpul ( $n \geq 3$ ) sedemikian, sehingga  $d(v) + d(u) \geq n$  untuk setiap pasang simpul tidak bertetangga  $u$  dan  $v$ , maka  $G$  adalah graf Hamilton.
- Tiap Graf lengkap adalah graf Hamilton

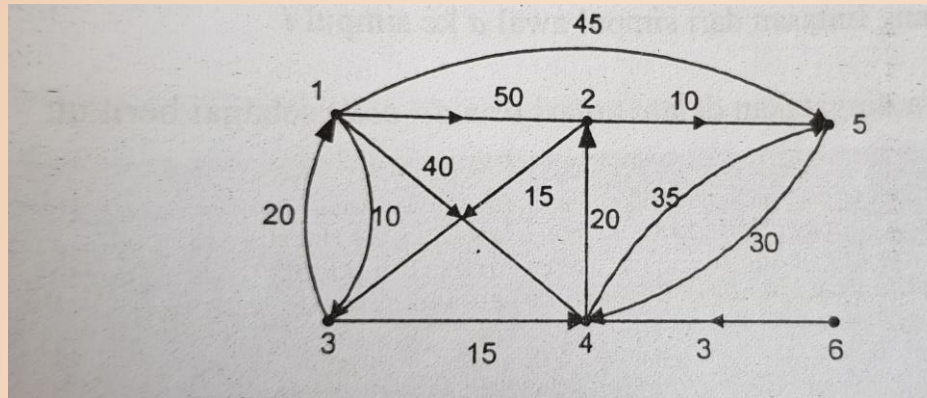
# LINTASAN TERPENDEK

- Persoalan mencari lintasan terpendek di dalam graf merupakan salah satu persoalan optimasi
- Graf yang digunakan dalam pencarian lintasan terpendek adalah graf berbobot (graf yang setiap sisi diberi nilai)
- Bobot/nilai pada sisi graf dapat menyatakan jarak antar kota, ongkos pembangunan, dan sebagainya.
- Kata “terpendek “ berarti meminimisasi bobot pada suatu lintasan di dalam graf. .
- Persoalan pada lintasan terpendek :
  - Lintasan terpendek antara dua buah simpul tertentu
  - Lintasan terpendek antara semua pasangan simpul
  - Lintasan terpendek dari simpul tertentu ke semua simpul yang lain
  - Lintasan terpendek antara dua buah simpul yang melalui beberapa simpul tertentu
- Algoritma untuk lintasan terpendek yang paling dikenal adalah **Algoritma Dijkstra**. Tujuan penerapannya adalah untuk mencari lintasan terpendek pada graf berarah.



# LINTASAN TERPENDEK

Contoh : Tentukan lintasan terpendek dari graf berikut :

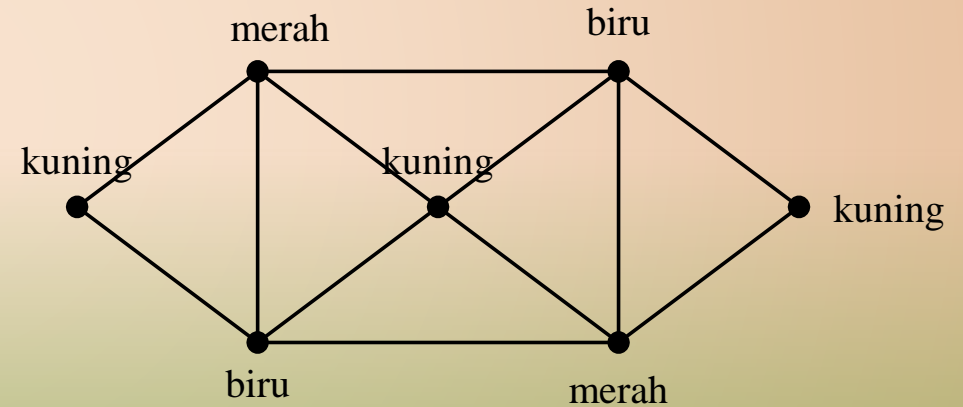


Simpul Asal	Simpul Tujuan	Lintasan terpendek	Jarak
1	3	1,3	10
1	4	1,3,4	25
1	2	1,3,4,2	45
1	5	1,5	45
1	6	Tidak ada	-

# PEWARNAAN GRAF

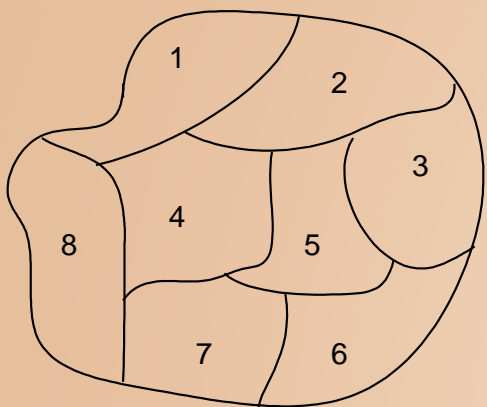
- Tiga macam pewarnaan graf, yaitu pewarnaan simpul, pewarnaan sisi, dan pewarnaan wilayah.
- Pewarnaan simpul : memberi warna pada simpul-simpul didalam graf sehingga setiap simpul bertetangga mempunyai warna berbeda.
  - Bilangan kromatik : Bilangan kromatik dari  $G$  adalah jumlah warna minimum dengan simbol  $\chi(G)$ .

Contoh graf memiliki bilangan kromatik  $\chi(G) = 3$

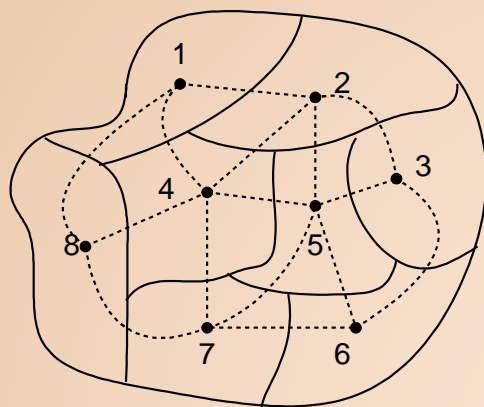


# PEWARNAAN GRAF

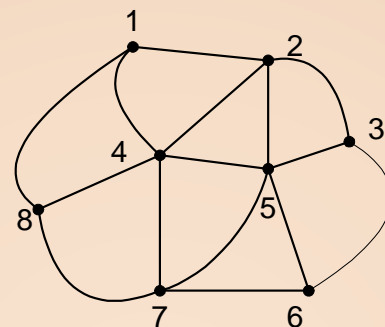
Contoh :



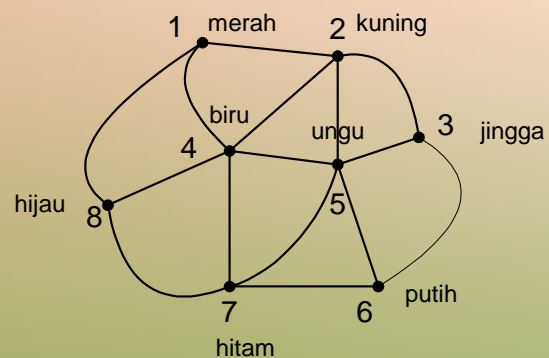
(a)



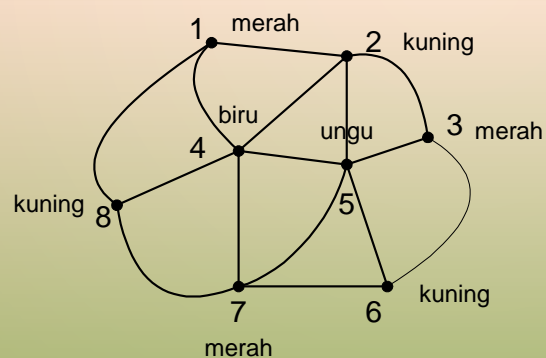
(b)



(c)



(d)



(e)

(a) Peta

(b) Peta dan Graf yang direpresentasikannya

(c) Graf yang direpresentasikannya peta

(d) Pewarnaan Simpul, tiap simpul warna berbeda

(e) Empat warna sudah cukup mewarnai 8 simpul

# ALGORITMA WELCH POWELL

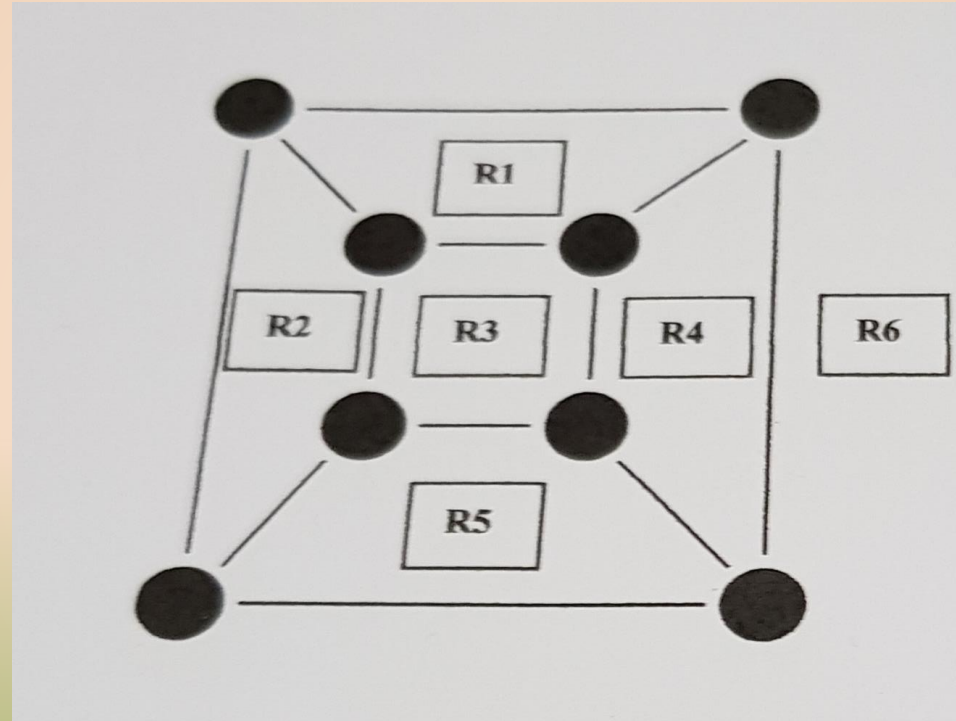
- **Definisi** : suatu cara yang efisien untuk mewarnai sebuah graf.
- **Langkah-langkahnya** :
  - Urutkan Simpul dari  $G$  dalam urutan derajat yang menurun. Urutan ini mungkin tidak unik karena beberapa simpul mungkin mempunyai derajat yang sama
  - Gunakan satu warna tertentu untuk mewarnai simpul pertama. Secara berurutan, setiap simpul dalam daftar yang tidak berelasi dengan simpul sebelumnya diwarnai dengan warna ini.
  - Ulangi Langkah 2 diatas untuk simpul dengan urutan tertinggi yang belum diwarnai.
  - Ulangi Langkah 3 diatas sampai semua simpul dalam daftar terwarnai.



# PEWARNAAN GRAF (UNTUK WILAYAH)

- Pewarnaan wilayah  $G$  adalah suatu pemetaan warna-warna ke region-region dari graf  $G$  sedemikian hingga region-region yang bersebelahan mempunyai warna yang berbeda.

• Contoh :



Wilayah	R1	R2	R3	R4	R5	R6
Warna	M	K	B	K	M	B

1. Rinaldi Munir. (2016). Matematika Diskrit. Bandung : Penerbit Informatika
2. Jong Jek Siang. (2011). Matematika Diskrit dan Aplikasinya pada Komputer. Yogyakarta : Penerbit Andi
3. Diktat dan Handout Matematika Diskrit. Tim Dosen Universitas Indraprasta PGRI .