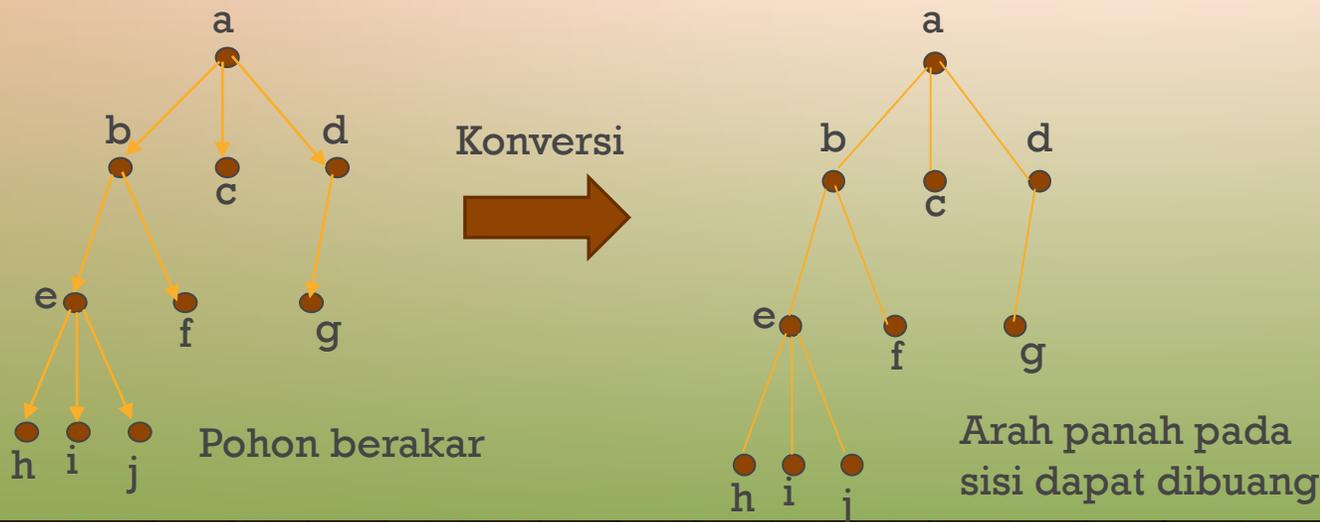


# PERTEMUAN 13

- POHON BERAKAR
- TERMINOLOGI PADA POHON BERAKAR
- POHON BERAKAR TERURUT
- POHON M-ARY

# POHON BERAKAR

- Definisi pohon yang sebuah simpulnya diperlakukan sebagai akar dan sisi-sisinya diberi arah menjauh dari akar
- Akar mempunyai derajat masuk dan derajat keluar sama dengan nol dan simpul-simpul lainnya berderajat masuk sama dengan satu
- Daun atau simpul terminal : Simpul yang mempunyai derajat keluar sama dengan nol
- Simpul dalam atau simpul cabang : Simpul yang mempunyai derajat keluar tidak sama dengan nol



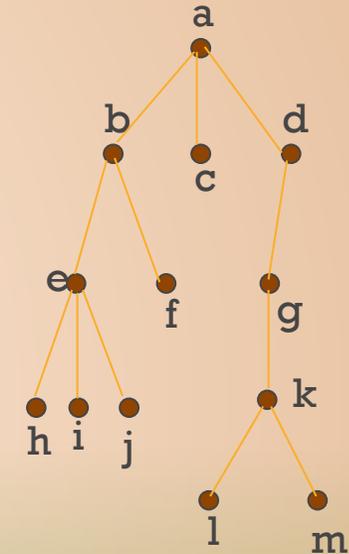
# POHON BERAKAR

- Sembarang pohon tak-berakar dapat diubah menjadi pohon berakar dengan memilih sebuah simpul sebagai akar
- Pemilihan simpul yang berbeda menjadi akar menghasilkan pohon berakar yang berbeda pula



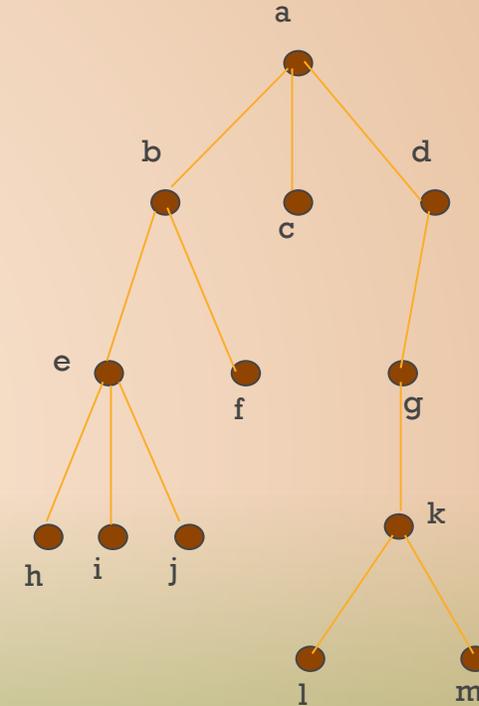
# TERMINOLOGI PADA POHON BERAKAR

- Child atau children (Anak) dan parent (orangtua)
  - Child dari simpul x jika ada sisi dari simpul x ke y
  - Parent dari simpul y adalah simpul x
  - Pada gambar di samping :
    - Simpul b,c dan d  $\rightarrow$  children dari simpul a
    - Simpul e dan f  $\rightarrow$  children dari simpul b
    - Simpul a  $\rightarrow$  parent dari simpul b,c dan d
    - Simpul b  $\rightarrow$  parent dari simpul e dan f
- Path (lintasan)
  - Lintasan dari simpul  $v_i$  ke simpul  $v_k$  adalah runtunan simpul-simpul  $v_1, v_2, \dots, v_k$  sedemikian hingga  $v_i$  adalah parent dari  $v_{i+1}$  untuk  $1 \leq i \leq k$
  - Panjang lintasan adalah jumlah sisi yang dilalui dalam suatu lintasan, yaitu  $k - 1$ .
  - Pada gambar di samping :
    - Lintasan dari a ke j adalah a,b,e dan j
    - Panjang lintasan dari a ke j adalah 3
- Descendant (Keturunan) dan ancestor (leluhur)
  - x adalah ancestor dari simpul y jika terdapat lintasan dari simpul x ke simpul y di dalam pohon
  - Descendant dari simpul x adalah simpul y
  - Pada gambar di samping :
    - Simpul b adalah ancestor dari simpul h
    - Simpul h adalah descendant dari simpul b



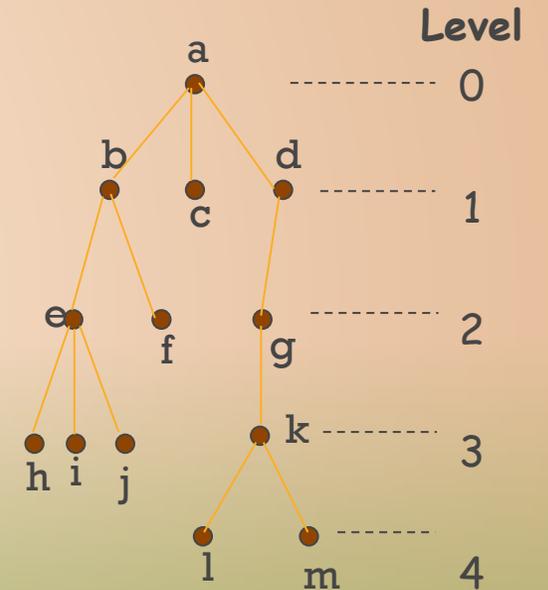
# TERMINOLOGI PADA POHON BERAKAR

- Sibling (saudara kandung)
  - Sibling satu sama lain adalah simpul yang mempunyai parent sama
  - Pada gambar di samping :
    - Simpul f sibling dari e
    - Simpul g bukan sibling dari e karena parent berbeda
- Subtree (subpohon)
  - Subtree dengan x sebagai akarnya adalah subgraf  $T' = (V', E')$  sedemikian hingga  $V'$  mengandung x dan semua keturunannya;  $E'$  mengandung sisi-sisi dalam semua lintasan yang berasal dari x
  - Pada gambar di samping :
    - $V' = \{b, e, f, h, i, j\}$
    - $E' = \{(b, e), (b, f), (e, h), (e, i), (e, j)\}$
    - b : simpul akar
- Degree (derajat)
  - Derajat sebuah simpul pohon berakar adalah jumlah subtree (jumlah child) pada simpul tersebut
  - Derajat pohon berakar merupakan derajat keluar
  - Pada gambar di samping :
    - Derajat simpul a : 3, simpul b : 2, simpul c : 0 dan simpul d : 1
    - Derajat tertinggi (maksimum) : 3



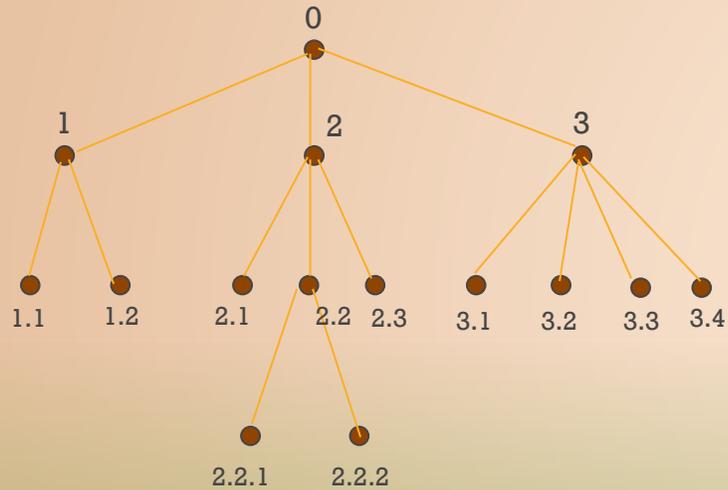
# TERMINOLOGI PADA POHON BERAKAR

- Leaf (daun)
  - Adalah simpul yang berderajat nol (tidak mempunyai child)
  - Pada gambar di samping :
    - Merupakan leaf : simpul c,f,h,i,j,l dan m
- Internal nodes (simpul dalam)
  - Adalah simpul yang mempunyai child
  - Pada gambar di samping :
    - Merupakan internal nodes : simpul b,d,e,g dan k
- Level (tingkat)
  - Akar mempunyai level = 0
  - Level simpul lainnya = 1 + panjang lintasan dari akar ke simpul tersebut
- Height (tinggi) atau depth (kedalaman)
  - Adalah level maksimum dari suatu pohon
  - Nama lain : panjang maksimum lintasan dari akar ke daun
  - Pada gambar di samping :
    - Pohon mempunyai height atau depth : 4



# POHON BERAKAR TERURUT

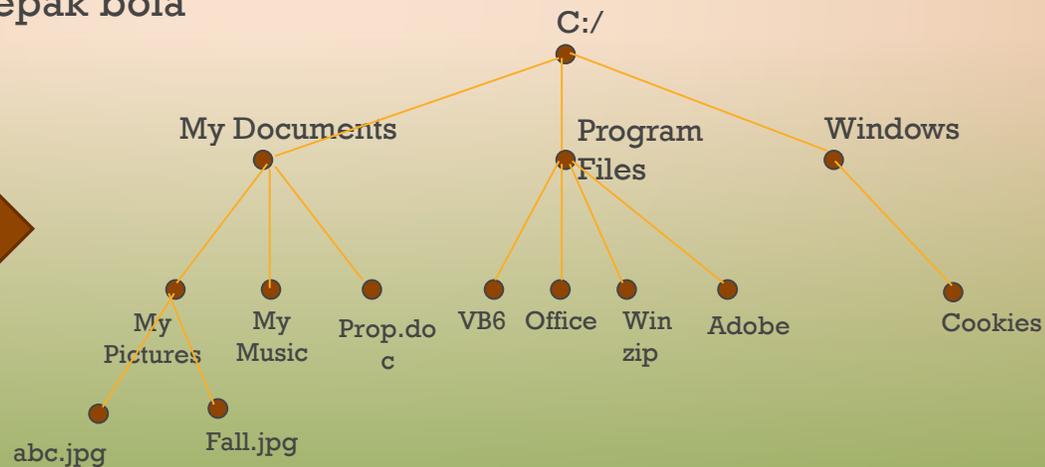
- Definisi pohon berakar yang urutan anak-anaknya (children) penting
- Sistem universal dalam pengalamatan simpul-simpul pada pohon terurut adalah dengan memberi nomor setiap simpulnya seperti penomoran bab (beserta subbab) di dalam sebuah buku
- Contoh :



# POHON M-ARY

- Definisi pohon berakar yang setiap simpul cabangnya mempunyai banyak n buah child (anak)
- Jika  $m = 2 \rightarrow$  Pohon biner (binary tree)
- Pohon m-ary dikatakan pohon penuh (full) atau pohon teratur jika setiap simpul cabangnya mempunyai tepat m buah child
- Penggunaan pohon m-ary
  - Penurunan kalimat (dalam bidang bahasa)
  - Direktori arsip di dalam komputer
  - Struktur organisasi
  - Silsilah keluarga (dalam bidang genetika)
  - Struktur bab atau daftar isi di dalam buku
  - Bagan pertandingan antara beberapa tim sepak bola
  - dll

Struktur direktori arsip di dalam sistem operasi Windows



# JUMLAH DAUN PADA POHON M-ARY PENUH

- Pohon m-ary penuh adalah pohon yang setiap simpulnya tepat mempunyai m buah anak.
- Pada pohon m-ary penuh dengan tinggi h, jumlah daun  $m^h$  adalah :

- Jika T bukan pohon m-ary penuh maka jumlah daun  $\leq m^h$
- Jumlah seluruh simpul pohon m-ary pada pohon m-ary penuh dengan tinggi h :

aras 0             $\rightarrow$  jumlah simpul =  $m^0 = 1$

aras 1             $\rightarrow$  jumlah simpul =  $m^1$

aras 2             $\rightarrow$  jumlah simpul =  $m^2$

...

aras h             $\rightarrow$  jumlah simpul =  $m^h$

sehingga jumlah seluruh simpul adalah :

$$S = m^0 + m^1 + m^2 + \dots + m^h = \frac{m^{h+1} - 1}{m - 1}$$

- Sehingga jumlah seluruh simpul untuk T bukan pohon m-ary penuh :

$$S \leq \frac{m^{h+1} - 1}{m - 1}$$

# HUBUNGAN JUMLAH DAUN DAN SIMPUL DALAM PADA POHON M-ARY PENUH

- Misalkan :

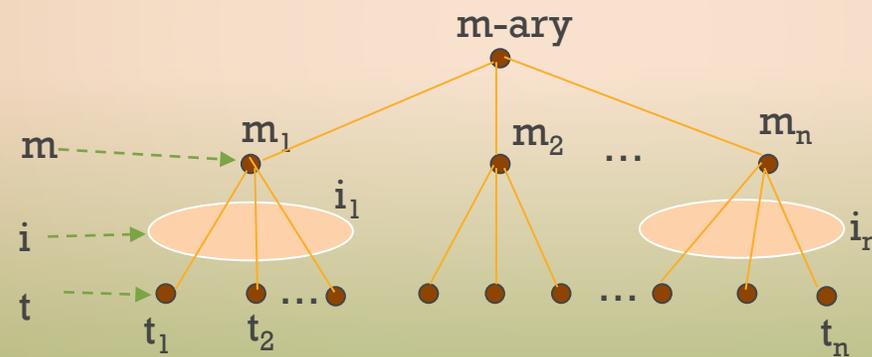
$i$  = banyaknya simpul dalam

$t$  = banyaknya simpul daun di dalam pohon biner penuh

$m$  = banyaknya simpul child

- Sehingga :

$$(m - 1) i = t - 1$$



1. Rinaldi Munir. (2016). Matematika Diskrit. Bandung : Penerbit Informatika
2. Jong Jek Siang. (2011). Matematika Diskrit dan Aplikasinya pada Komputer. Yogyakarta : Penerbit Andi
3. Diktat dan Handout Matematika Diskrit. Tim Dosen Universitas Indraprasta PGRI .