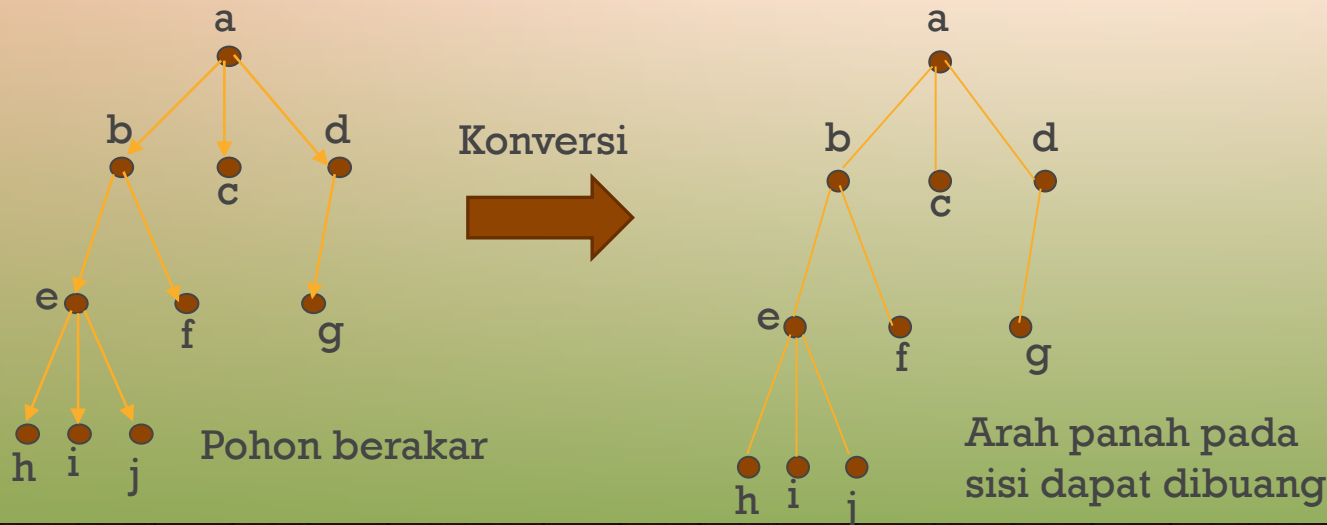


PERTEMUAN 13

- POHON BERAKAR
- TERMINOLOGI PADA POHON BERAKAR
- POHON BERAKAR TERURUT
- POHON M-ARY

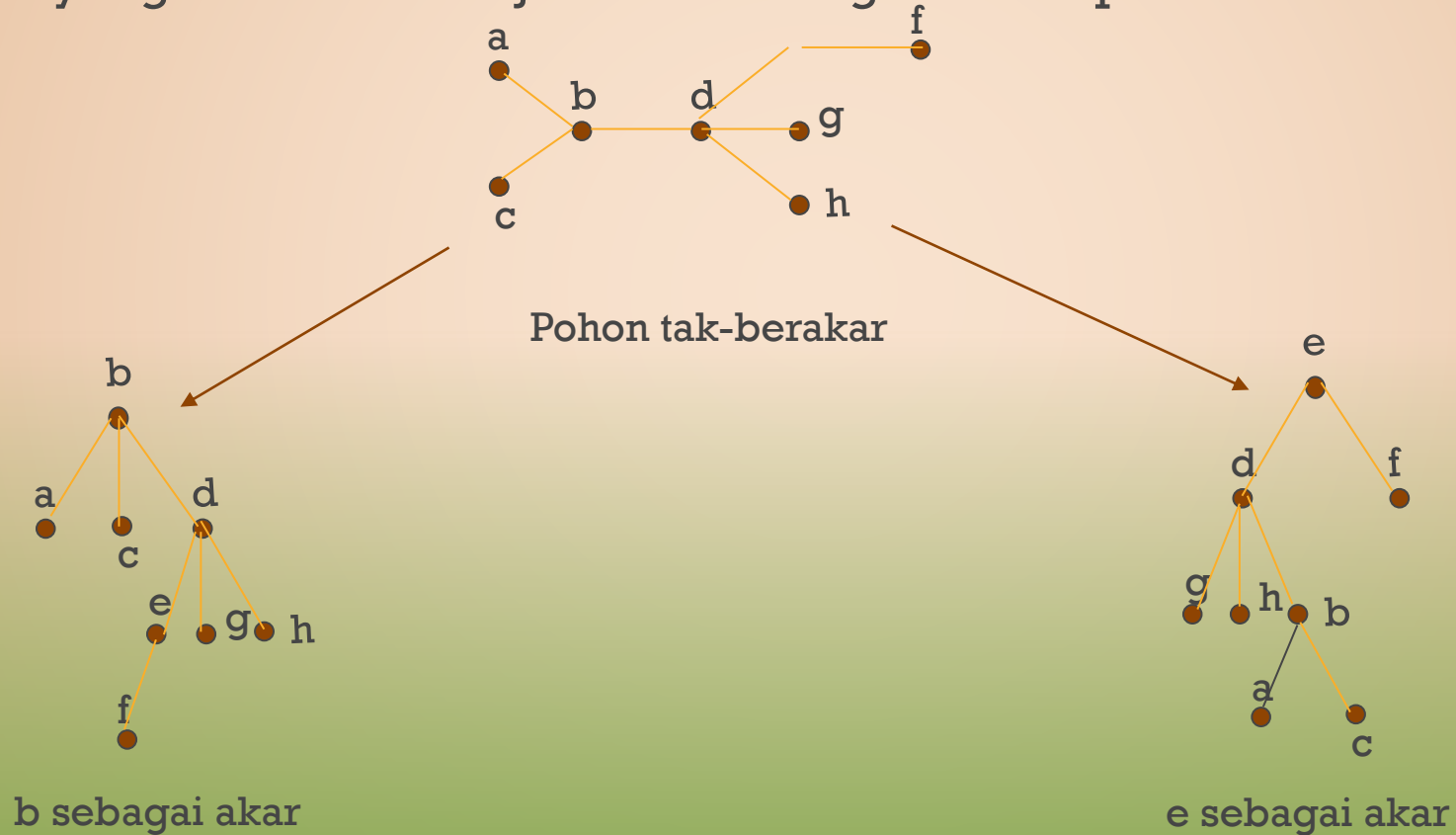
POHON BERAKAR

- Definisi pohon yang sebuah simpulnya diperlakukan sebagai akar dan sisi-sisinya diberi arah menjauh dari akar
- Akar mempunyai derajat masuk dan derajat keluar sama dengan nol dan simpul-simpul lainnya berderajat masuk sama dengan satu
- Daun atau simpul terminal : Simpul yang mempunyai derajat keluar sama dengan nol
- Simpul dalam atau simpul cabang : Simpul yang mempunyai derajat keluar tidak sama dengan nol



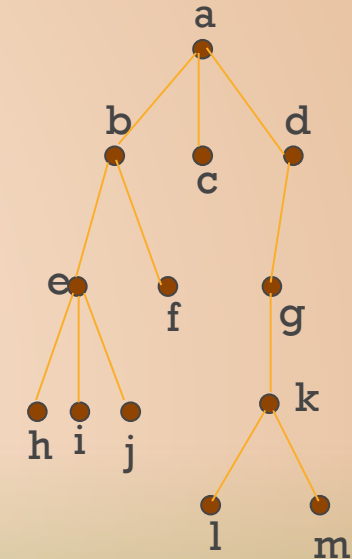
POHON BERAKAR

- Sembarang pohon tak-berakar dapat diubah menjadi pohon berakar dengan memilih sebuah simpul sebagai akar
- Pemilihan simpul yang berbeda menjadi akar menghasilkan pohon berakar yang berbeda pula



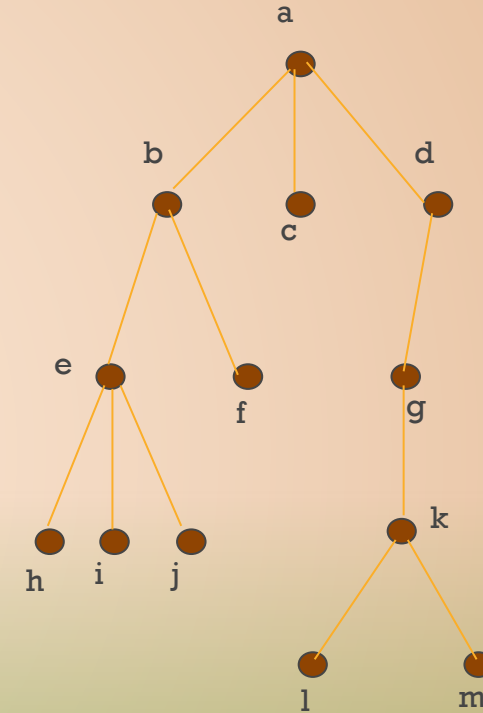
TERMINOLOGI PADA POHON BERAKAR

- Child atau children (Anak) dan parent (orangtua)
 - Child dari simpul x jika ada sisi dari simpul x ke y
 - Parent dari simpul y adalah simpul x
 - Pada gambar di samping :
 - Simpul b,c dan d \rightarrow children dari simpul a
 - Simpul e dan f \rightarrow children dari simpul b
 - Simpul a \rightarrow parent dari simpul b,c dan d
 - Simpul b \rightarrow parent dari simpul e dan f
- Path (lintasan)
 - Lintasan dari simpul v_i ke simpul v_k adalah runtunan simpul-simpul v_1, v_2, \dots, v_k sedemikian hingga v_i adalah parent dari v_{i+1} untuk $1 \leq i \leq k$
 - Panjang lintasan adalah jumlah sisi yang dilalui dalam suatu lintasan, yaitu $k - 1$.
 - Pada gambar di samping :
 - Lintasan dari a ke j adalah a,b,e dan j
 - Panjang lintasan dari a ke j adalah 3
- Descendant (Keturunan) dan ancestor (leluhur)
 - x adalah ancestor dari simpul y jika terdapat lintasan dari simpul x ke simpul y di dalam pohon
 - Descendant dari simpul x adalah simpul y
 - Pada gambar di samping :
 - Simpul b adalah ancestor dari simpul h
 - Simpul h adalah descendant dari simpul b



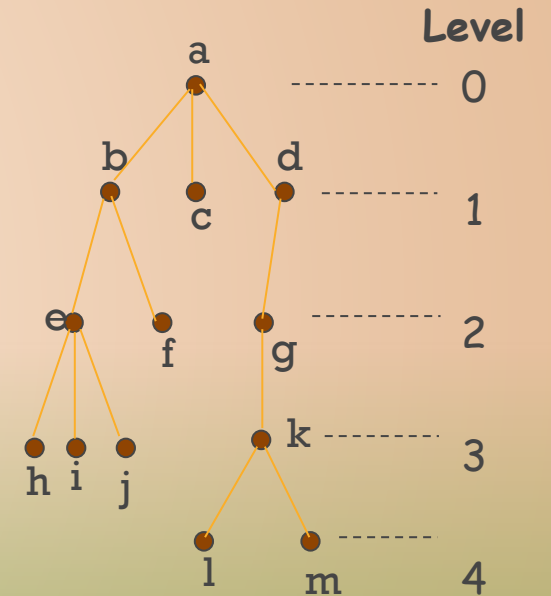
TERMINOLOGI PADA POHON BERAKAR

- Sibling (saudara kandung)
 - Sibling satu sama lain adalah simpul yang mempunyai parent sama
 - Pada gambar di samping :
 - Simpul f sibling dari e
 - Simpul g bukan sibling dari e karena parent berbeda
- Subtree (subpohon)
 - Subtree dengan x sebagai akarnya adalah subgraf $T' = (V', E')$ sedemikian hingga V' mengandung x dan semua keturunannya; E' mengandung sisi-sisi dalam semua lintasan yang berasal dari x
 - Pada gambar di samping :
 - $V' = \{b, e, f, h, i, j\}$
 - $E' = \{(b, e), (b, f), (e, h), (e, i), (e, j)\}$
 - b : simpul akar
- Degree (derajat)
 - Derajat sebuah simpul pohon berakar adalah jumlah subtree (jumlah child) pada simpul tersebut
 - Derajat pohon berakar merupakan derajat keluar
 - Pada gambar di samping :
 - Derajat simpul a : 3, simpul b : 2, simpul c : 0 dan simpul d : 1
 - Derajat tertinggi (maksimum) : 3



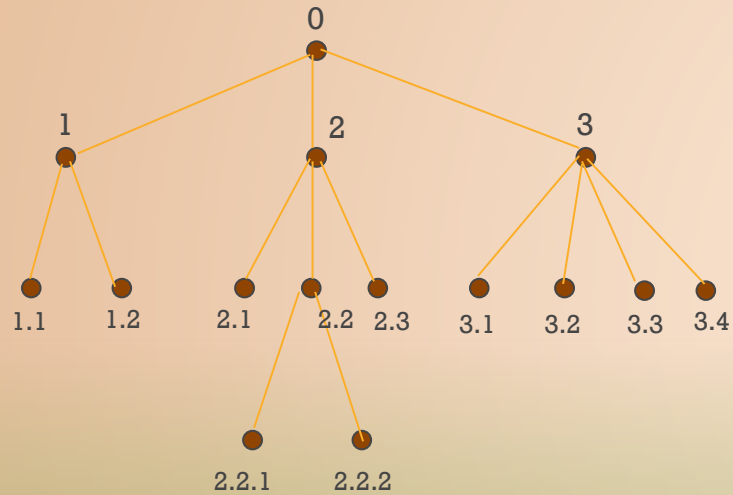
TERMINOLOGI PADA POHON BERAKAR

- Leaf (daun)
 - Adalah simpul yang berderajat nol (tidak mempunyai child)
 - Pada gambar di samping :
 - Merupakan leaf : simpul c,f,h,i,j,l dan m
- Internal nodes (simpul dalam)
 - Adalah simpul yang mempunyai child
 - Pada gambar di samping :
 - Merupakan internal nodes : simpul b,d,e,g dan k
- Level (tingkat)
 - Akar mempunyai level = 0
 - Level simpul lainnya = 1 + panjang lintasan dari akar ke simpul tersebut
- Height (tinggi) atau depth (kedalaman)
 - Adalah level maksimum dari suatu pohon
 - Nama lain : panjang maksimum lintasan dari akar ke daun
 - Pada gambar di samping :
 - Pohon mempunyai height atau depth : 4



POHON BERAKAR TERURUT

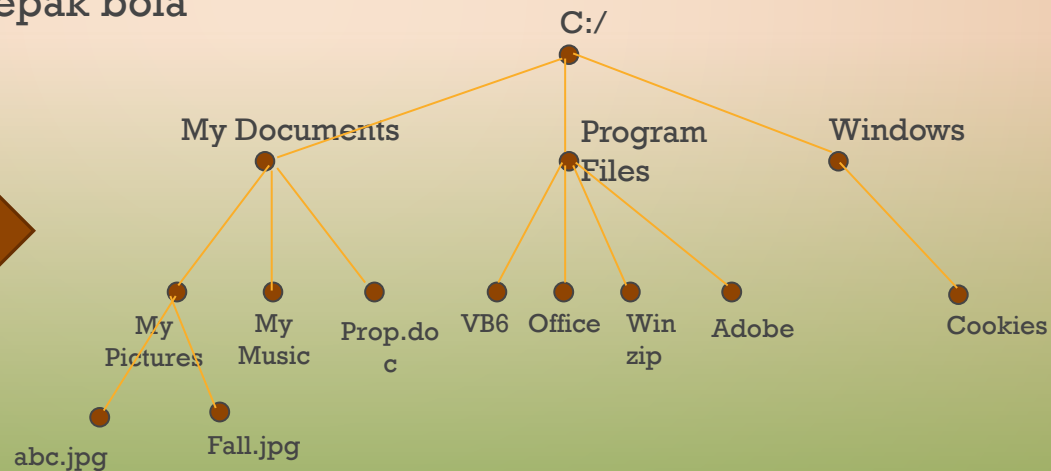
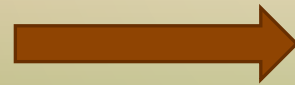
- Definisi pohon berakar yang urutan anak-anaknya (children) penting
- Sistem universal dalam pengalamatan simpul-simpul pada pohon terurut adalah dengan memberi nomor setiap simpulnya seperti penomoran bab (beserta subbab) di dalam sebuah buku
- Contoh :



POHON M-ARY

- Definisi pohon berakar yang setiap simpul cabangnya mempunyai banyak n buah child (anak)
- Jika $m = 2 \rightarrow$ Pohon biner (binary tree)
- Pohon m-ary dikatakan pohon penuh (full) atau pohon teratur jika setiap simpul cabangnya mempunyai tepat m buah child
- Penggunaan pohon m-ary
 - Penurunan kalimat (dalam bidang bahasa)
 - Direktori arsip di dalam komputer
 - Struktur organisasi
 - Silsilah keluarga (dalam bidang genetika)
 - Struktur bab atau daftar isi di dalam buku
 - Bagan pertandingan antara beberapa tim sepak bola
 - dll

Struktur direktori arsip di dalam sistem operasi Windows



JUMLAH DAUN PADA POHON M-ARY PENUH

- Pohon m-ary penuh adalah pohon yang setiap simpulnya tepat mempunyai m buah anak.
- Pada pohon m-ary penuh dengan tinggi h, jumlah daun m^h adalah :

- Jika T bukan pohon m-ary penuh maka jumlah daun $\leq m^h$
- Jumlah seluruh simpul pohon m-ary pada pohon m-ary penuh dengan tinggi h :

aras 0 \rightarrow jumlah simpul = $m^0 = 1$

aras 1 \rightarrow jumlah simpul = m^1

aras 2 \rightarrow jumlah simpul = m^2

...

aras h \rightarrow jumlah simpul = m^h

sehingga jumlah seluruh simpul adalah :

$$S = m^0 + m^1 + m^2 + \dots + m^h = \frac{m^{h+1} - 1}{m - 1}$$

- Sehingga jumlah seluruh simpul untuk T bukan pohon m-ary penuh :

$$S \leq \frac{m^{h+1} - 1}{m - 1}$$

HUBUNGAN JUMLAH DAUN DAN SIMPUL DALAM PADA POHON M-ARY PENUH

- Misalkan :

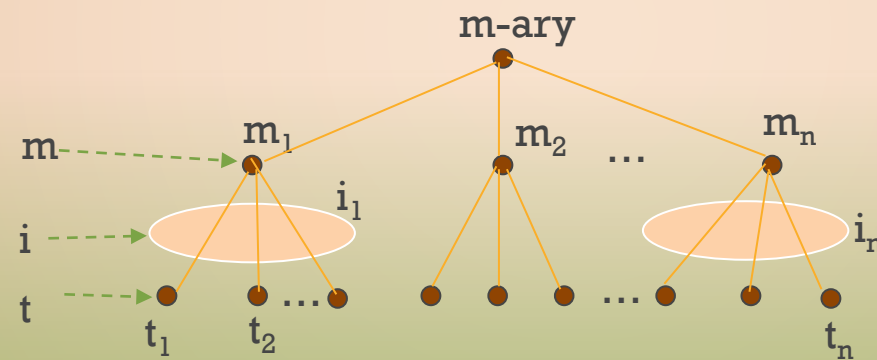
i = banyaknya simpul dalam

t = banyaknya simpul daun di dalam pohon biner penuh

m = banyaknya simpul child

- Sehingga :

$$(m - 1) i = t - 1$$



1. Rinaldi Munir. (2016). Matematika Diskrit. Bandung : Penerbit Informatika
2. Jong Jek Siang. (2011). Matematika Diskrit dan Aplikasinya pada Komputer. Yogyakarta : Penerbit Andi
3. Diktat dan Handout Matematika Diskrit. Tim Dosen Universitas Indraprasta PGRI .