



Analisis Kovarian (Anakova)

Analisis Kovarian (Anakova)

Analisis Kovarian (ANAKOVA) atau *analysis of covariants (ANACOVA)* adalah penggabungan antara uji komparatif dan korelasional.

Kegunaan ANAKOVA:

1. Menguji perbandingan sekaligus hubungan
2. Membandingkan variabel tergantung/kriteria (Y) ditinjau dari variabel bebas *treatment* berskala kategorik (A), sekaligus menghubungkan variabel tergantung (Y) dengan variabel bebas kovarian yang berskala numerik (X). Variabel bebas kovarian (X) yang dipakai dengan variabel kovarian.

Analisis Kovarian (Anakova)

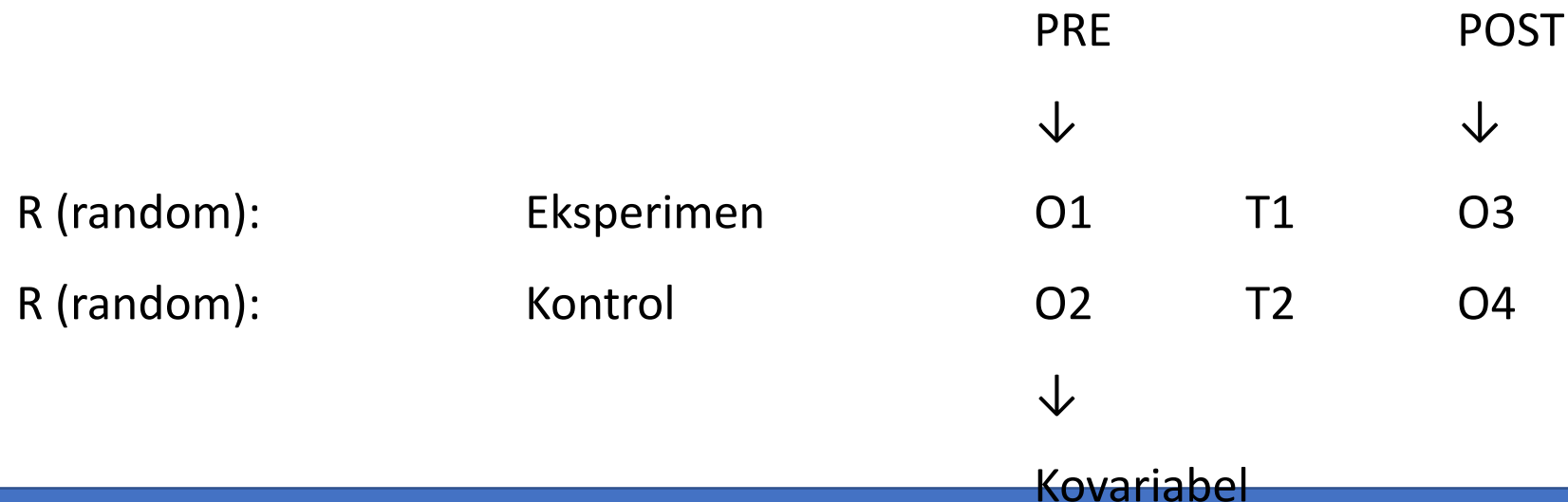
Suatu variabel bebas atribut (X) berskala numerik merupakan variabel kovarian (kovariabel) apabila memenuhi syarat-syarat sebagai berikut:

1. Variabel kovarian (X) tidak terpengaruh oleh perlakuan/*treatment*
2. Variabel kovarian (X) diukur sebelum kegiatan perlakuan/*treatment*
3. Pengaruh variabel kovarian (X) terhadap variabel kriteria/tergantung (Y) berpola linear
4. Variabel kovarian (X) berpengaruh secara nyata terhadap variabel kriteria/tergantung (Y)
5. Pengaruh variabel kovarian (X) terhadap variabel kriteria/tergantung (Y) dapat dihilangkan/dikontrol dengan pendekatan regresi

Analisis Kovarian (Anakova)

Desain Penelitian

Sebuah penelitian eksperimen yang membandingkan antara hasil *post-test* pada kelompok eksperimen dengan kelompok kontrol, setelah mengendalikan pengaruh dari *pre-test* (pengetahuan awal) merupakan contoh desain penelitian dengan pendekatan ANAKOVA yang paling sederhana. Desain penelitian eksperimen dari model penelitian ini dapat digambarkan sebagai berikut:



Analisis Kovarian (Anakova)

Desain Penelitian

atau dapat dibuat bagan desain faktorial dengan 2 kelompok perlakuan sebagai berikut:

A	
A_1	A_2
(X_1, Y_1)	(X_2, Y_2)

Keterangan:

- A : Variabel perlakuan / treatment
- A1 : Perlakuan 1
- A2 : Perlakuan 2
- X : Variabel kovarian
- Y : Variabel terikat/kriteria

Analisis Kovarian (Anakova)

Desain Penelitian

Data hasil penelitian berdasarkan bagan di atas dapat disajikan dalam bentuk matriks seperti berikut:

Tabel Format Analisis Kovarian (ANAKOVA)

T_1		T_2	
O_1	O_3	O_2	O_4
X_{11}	Y_{11}	X_{21}	Y_{21}
X_{12}	Y_{12}	X_{22}	Y_{22}
X_{13}	Y_{13}	X_{23}	Y_{23}
X_{1n1}	Y_{1n1}	X_{2n1}	Y_{2n1}

Analisis Kovarian (Anakova)

Keterangan:

O1 dan O2 adalah observasi variabel kovarian (pretest)

O3 dan O4 adalah observasi variabel tergantung/kriteria (posttest)

T1 dan T2 adalah kegiatan perlakuan/treatment pada kelompok eksperimen dan kontrol (variabel bebas perlakuan)

Catatan:

- Suatu analisis kovarian (ANAKOVA) terjadi apabila:
- X (kovarian) mempunyai pengaruh terhadap Y
- Ada pengurangan pengaruh X (kovarian) dengan regresi
- Pada dasarnya analisis kovarian sama dengan analisis varian dengan menggunakan model regresi linier untuk menghilangkan pengaruh variabel lain (X) terhadap variabel kriteria (Y). variabel lain itulah kovariabel
- Uji perbedaan rata-rata Y di kelompok 1 dan rata-rata Y di kelompok 2, dilakukan setelah menghilangkan pengaruh X terhadap Y
- Kovariabel atau variabel yang mempengaruhi Y, pengaruhnya dihilangkan dengan menggunakan regresi

Analisis Kovarian (Anakova)

Keterangan:

O1 dan O2 adalah observasi variabel kovarian (pretest)

O3 dan O4 adalah observasi variabel tergantung/kriteria (posttest)

T1 dan T2 adalah kegiatan perlakuan/treatment pada kelompok eksperimen dan kontrol
(variabel bebas perlakuan)

Dalam ANAKOVA sederhana sedikitnya ada 3 (tiga) sumber varian yang harus dianalisis, yaitu:

- Sumber varian total di reduksi (T)
- Sumber varian dalam kelompok (D)
- Sumber varian antar kelompok (A)

Analisis Kovarian (Anakova)

Dalam ANAKOVA sederhana satu jalur, dapat dilakukan 2 jenis pengujian hipotesis, yaitu:

1. Hipotesis *main effect* (pengaruh faktor utama) dengan mengontrol pengaruh variabel kovarian (X)
2. Hipotesis *simple effect* (perbedaan antara dua rerata variabel kriteria) dengan mengontrol pengaruh variabel kovarian (X)

Analisis Kovarian (Anakova)

Secara garis besar rumus-rumus dan langkah-langkah ANAKOVA sederhana satu jalur sebagai berikut:

Menghitung JK setiap sumber varian untuk kovariabel (X)

$$JK_{X(T)} = \sum X_T^2 - \frac{(\sum X_T)^2}{n_T}$$

$$JK_{X(A)} = \sum_{i=1}^n \frac{(\sum x_i)^2}{n_i} - \frac{(\sum x_T)^2}{n_T}$$

$$JK_{X(D)} = \sum_{i=1}^n \left\{ X_T^2 - \frac{(\sum X_T)^2}{n_T} \right\}$$

Analisis Kovarian (Anakova)

Menghitung JK untuk setiap sumber varian variabel kriteria/terikat (Y)

$$JK_{Y(T)} = \sum Y_T^2 - \frac{(\sum Y_T)^2}{n_T}$$

$$JK_{Y(A)} = \sum_{i=1}^n \frac{(\sum Y_i)^2}{n_i} - \frac{(\sum Y_T)^2}{n_T}$$

$$JK_{Y(D)} = \sum_{i=1}^n \left\{ Y_T^2 - \frac{(\sum Y_T)^2}{n_T} \right\}$$

Analisis Kovarian (Anakova)

Menghitung JP antara X dan Y untuk setiap sumber varian

$$JP_{XY (T)} = \sum X_T Y_T - \frac{\sum X_T \cdot \sum Y_T}{n_T}$$

$$JP_{XY (A)} = \sum_{i=1}^n \frac{(\sum X_i)(\sum Y_i)}{n_i} - \frac{\sum X_i \cdot \sum Y_i}{n_i}$$

$$JP_{XY (D)} = \sum_{i=1}^n \left\{ \sum X_i Y_i - \frac{\sum X_i \cdot \sum Y_i}{n_i} \right\}$$

Analisis Kovarian (Anakova)

Selanjutnya menghitung JK_Y yang sudah dikoreksi yang disebut $JK_{Y\text{-residu}}$ atau $JK_{Y(\text{res})}$

$$JK_{Yres(A)} = JK_{Y(A)} - \left[\frac{(JP_{XY(A)} + JP_{XY(D)})^2}{JK_{X(A)} + JK_{X(D)}} - \frac{(JP_{XY(D)})^2}{JK_{X(D)}} \right]$$

$$JK_{Yres(D)} = JK_{Y(D)} - \frac{(JP_{XY(D)})^2}{JK_{X(D)}}$$

$$JK_{Yres(T)} = JK_{Yres(A)} + JK_{Yres(D)}$$

Analisis Kovarian (Anakova)

Menghitung derajat bebas (db) untuk masing-masing sumber varian

$$db_{(T)} = n_t - m - 1$$

$$db_{(A)} = a - 1$$

$$db_{(D)} = n_t - m - a$$

Keterangan:

n_t = banyaknya responden (pasang data)

a = banyaknya kelompok perlakuan

m = banyaknya kovariabel

Analisis Kovarian (Anakova)

Menghitung RJK (rata-rata jumlah kuadrat) untuk masing-masing sumber varian

$$RJK_{Yres (T)} = \frac{JK_{Yres (T)}}{db_{(T)}}$$

$$RJK_{Yres (A)} = \frac{JK_{Yres (A)}}{db_{(A)}}$$

$$RJK_{Yres (D)} = \frac{JK_{Yres (D)}}{db_{(D)}}$$

Analisis Kovarian (Anakova)

Menghitung Harga F_0 (F_{hitung}):

$$F_0 = \frac{RJK_{Yres (A)}}{RJK_{Yres (D)}}$$

Menentukan Nilai F_t (F_{tabel})

Harga F_t ditentukan pada taraf signifikansi (α) tertentu, biasanya pada $\alpha=0,05$ dengan $db_1 = db_{pembilang} = db_A$ dan $db_2 = db_{penyebut} = db_D$

Sehingga $F_t = F_{(\alpha; db1/db2)}$

Analisis Kovarian (Anakova)

Membuat tabel rangkungan ANAKOVA untuk memudahkan proses interpretasi dan pengujian seperti berikut:

Tabel Rangkungan Analisis Kovarian (ANAKOVA)

Sumber Varian	JK_x	JK_y	JP_x Y	JK_y res	db	RJK	F_0	F_t
Total (T)								
Antar Kelompok (A)								
Dalam Kelompok (D)								

Analisis Kovarian (Anakova)

Menguji hipotesis main effect

Hipotesis statistik yang diuji, yaitu

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_n$$

$$H_1 : \text{Bukan } H_0$$

Pengujian dilakukan dengan cara membandingkan F_0 dengan F_t dengan kriteria:

Jika $F_0 > F_t$, maka H_0 ditolak, dan

Jika $F_0 < F_t$, maka H_0 diterima

Analisis Kovarian (Anakova)

Melakukan pengujian simple effect atau uji lanjut:

- Jika hipotesis main effect (pengaruh faktor utama) diterima kebenarannya secara nyata/signifikan, maka perlu dilakukan uji lanjut untuk pengujian hipotesis simple effect dengan uji-t ANAKOVA, yaitu uji-t dengan menghilangkan/mengontrol pengaruh variabel kovarian (X) secara statistika.

Rumus uji-t ANAKOVA sebagai berikut:

$$t_0(A_i - A_j) = \frac{|\bar{Y}_{y(res)i} - \bar{Y}_{y(res)j}|}{\sqrt{RJK_{Yres D} \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)}}$$

Analisis Kovarian (Anakova)

Dengan

$$\bar{Y}_{Y(res)k} = \bar{Y}_k - b_{XY(D)} \cdot (\bar{X}_k - \bar{X}_t)$$

$k = i$ atau j

$\bar{Y}_{Y(res)k}$ adalah rerata Y dengan

mengontrol/mengendalikan/menghilangkan pengaruh kovarian (X)

untuk kelompok ke-k

$$b_{XY(D)} = \frac{JP_{XY(D)}}{JP_X(D)}$$

$\bar{X}_K =$ rerata skor kovarian dalam kelompok ke - k

$\bar{X}_T =$ rerata skor kovarian total

Hipotesis yang diuji, umumnya hipotesis satu pihak yaitu:

$H_0 : \mu_i \leq \mu_j$ (uji satu pihak kanan)

Analisis Kovarian (Anakova)

Atau

$H_0 : \mu_i \geq \mu_j$ (uji satu pihak kiri)

Kriteria pengujian:

Tolak H_0 jika $|t_h| > t_t$ dan

Terima H_0 jika $|t_h| < t_t$

Dalam hal ini $t_t = t_{\text{tabel}}$ yaitu harga t yang didapat dari tabel distribusi t untuk taraf signifikansi tertentu (misal $\alpha=0,05$) dan derajat kebebasan (db) = $n_1 + n_2 - 2$

Dimana n_1 = banyaknya data/sampel pada kelompok – 1

Dimana n_2 = banyaknya data/sampel pada kelompok – 2

Analisis Kovarian (Anakova)

Ilustrasi

Ada suatu percobaan dalam bidang industri yang ingin mengetahui pengaruh mesin terhadap respon kekuatan serat yang dihasilkan (Y) dan dipergunakan dalam industri tekstil. Terdapat 3 perlakuan mesin, masing-masing diulang 5 kali. Telah diketahui bahwa kekuatan serat yang dihasilkan juga tergantung pada diameter serat tersebut. Untuk itu dalam percobaan ini digunakan concomitant variabel (X) yaitu diameter serat yang dihasilkan (10^{-3} cm). Gunakan $\alpha = 5\%$.

Analisis Kovarian (Anakova)

Tabulasi Data

Ulangan ke	Mesin 1		Mesin 2		Mesin 3	
	y	x	y	x	y	x
1	36	20	40	22	35	21
2	41	25	48	28	37	23
3	39	24	39	22	42	26
4	42	25	45	30	34	21
5	49	32	44	28	32	15
Jumlah	207	126	216	130	180	106
Rata	41,4	25,2	43,2	26	36	21,2

(Montgomery, 2007)

Analisis Kovarian (Anakova)

Statistik	Mesin 1	Mesin 2	Mesin 3	Total
n	5	5	5	15
$\sum X$	126	130	106	362
$\sum X^2$	3250	3436	2312	8998
$\sum Y$	207	216	180	603
$\sum Y^2$	8663	9386	6538	24587
$\sum XY$	5299	5664	3872	14835
\bar{X}	25,2	26,0	21,2	24,13
\bar{Y}	41,4	43,2	36,0	40,2

Analisis Kovarian (Anakova)

Langkah Analisis :

Menghitung JK Total sumber varian X, Y dan XY

$$JK_{Y(T)} = \sum Y_T^2 - \frac{(\sum Y_T)^2}{n_T} = 24587 - \frac{(603)^2}{15} = 346,40$$

$$JK_{X(T)} = \sum X_T^2 - \frac{(\sum X_T)^2}{n_T} = 8998 - \frac{(362)^2}{15} = 261,73$$

$$JP_{XY(T)} = \sum X_T Y_T - \frac{\sum X_T \cdot \sum Y_T}{n_T} = 14835 - \frac{(362)(603)}{15} = 282,60$$

Analisis Kovarian (Anakova)

Langkah Analisis :

Menghitung sumber variasi dalam (JK dalam residu)

$$JK_{Y(D)} = \sum_{i=1}^n \left\{ Y_T^2 - \frac{(\sum Y_T)^2}{n_T} \right\} = 24587 - \left(\frac{207^2}{5} + \frac{216^2}{5} + \frac{180^2}{5} \right) = 206$$

$$JK_{X(D)} = \sum_{i=1}^n \left\{ X_T^2 - \frac{(\sum X_T)^2}{n_T} \right\} = 8998 - \left(\frac{126^2}{5} + \frac{130^2}{5} + \frac{106^2}{5} \right) = 195,6$$

$$JP_{XY(D)} = \sum_{i=1}^n \left\{ \sum X_i Y_i - \frac{\sum X_i \cdot \sum Y_i}{n_i} \right\} = 14835 - \left(\frac{(126)(207)}{5} + \frac{(130)(216)}{5} + \frac{(106)(180)}{5} \right) = 186,60$$

Analisis Kovarian (Anakova)

Langkah Analisis :

Menghitung sumber variasi antar

$$JK_{Y(A)} = \sum_{i=1}^n \frac{(\sum Y_i)^2}{n_i} - \frac{(\sum Y_T)^2}{n_T} = \left(\frac{207^2}{5} + \frac{216^2}{5} + \frac{180^2}{5} \right) - \frac{(603)^2}{15} = 140,40$$

$$JK_{X(A)} = \sum_{i=1}^n \frac{(\sum X_i)^2}{n_i} - \frac{(\sum Y_T)^2}{n_T} = \left(\frac{126^2}{5} + \frac{130^2}{5} + \frac{106^2}{5} \right) - \frac{(362)^2}{15} = 66,13$$

$$JP_{XY(A)} = \sum_{i=1}^n \frac{(\sum X_i)(\sum Y_i)}{n_i} - \frac{\sum X_i \cdot \sum Y_i}{n_i} = \left(\frac{(126)(207)}{5} + \frac{(130)(216)}{5} + \frac{(106)(180)}{5} \right) - \frac{(362)(603)}{15} = 96,00$$

Analisis Kovarian (Anakova)

Menghitung beta dalam dan Jumlah Kuadrat Galat Terkoreksi

$$b_{XY} = \frac{JP_{XY}}{JK_{X(D)}} = \frac{186,60}{195,60} = 0,9540$$

$$JK_{Yres(D)} = JK_{Y(D)} - \frac{(JP_{XY(D)})^2}{JK_{X(D)}} = 206,00 - \frac{(186,60)^2}{195,60} = 27,99$$

$$JK_{Yres(A)} = JK_{Y(A)} - \left[\frac{(JP_{XY(A)} + JP_{XY(D)})^2}{JK_{X(A)} + JK_{X(D)}} - \frac{(JP_{XY(D)})^2}{JK_{X(D)}} \right] = 140,40 - \left[\frac{(96,00 + 186,60)^2}{66,13 + 195,6} - \frac{186,60^2}{195,6} \right] = 13,28$$

$$JK_{Yres(T)} = JK_{Yres(A)} + JK_{Yres(D)} = 13,28 + 27,99 = 41,27$$

Analisis Kovarian (Anakova)

Menghitung derajat bebas (db) untuk masing-masing sumber varian

$$db_{(T)} = n_t - m - 1 = 15 - 1 - 1 = 13$$

$$db_{(A)} = a - 1 = 3 - 1 = 2$$

$$db_{(D)} = n_t - m - a = 15 - 1 - 3 = 11$$

Analisis Kovarian (Anakova)

Menghitung RJK (rata-rata jumlah kuadrat) untuk masing-masing sumber varian

$$RJK_{Yres (T)} = \frac{JK_{Yres (T)}}{db_{(T)}} = \frac{41,27}{13} = 3,17$$

$$RJK_{Yres (A)} = \frac{JK_{Yres (A)}}{db_{(A)}} = \frac{13,28}{2} = 6,64$$

$$RJK_{Yres (D)} = \frac{JK_{Yres (D)}}{db_{(D)}} = \frac{27,99}{11} = 2,54$$

Analisis Kovarian (Anakova)

Sumber Varian	JK_x	JK_y	JP_{xy}	JK_{yres}	db	RJK
Total (T)	261,73	346,40	282,60	41,27	13	3,17
Antar Kelompok (A)	66,13	140,40	96,00	13,28	2	6,64
Dalam Kelompok (D)	195,6	206	186,60	27,99	11	2,54

Analisis Kovarian (Anakova)

Menguji Pengaruh Mesin

Hipotesis:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_n$$

H_1 : Bukan H_0

Uji Statistik:

$$F_o = \frac{RJK_{Yres (A)}}{RJK_{Yres (D)}} = \frac{6,64}{2,54} = 2,61$$

Analisis Kovarian (Anakova)

Menentukan Nilai F_t (F_{tabel})

$\alpha=0,05$ dengan $db_1 = 2$ dan $db_2 = 11$ Sehingga $F_t = F(0,05;2,11)= 3,98$

kriteria:

Jika $F_0 > F_t$, maka H_0 ditolak, dan

Jika $F_0 < F_t$, maka H_0 diterima

Kesimpulan:

Karena $F_0 < F_{0,05;2;11}$ maka terima H_0 . Artinya tidak ada perlakuan jenis mesin yang dicobakan terhadap kekuatan serat yang dihasilkan.

Rumus Matlab

Anakova

```
p = anovan(y,group)
p = anovan(y,group,Name,Value)
[p,tbl] = anovan(____)
[p,tbl,stats] = anovan(____)
[p,tbl,stats,terms] = anovan(____)
```

p menyatakan *multiway (n-way) analysis of variance* (ANOVA) untuk menguji efek berbagai faktor terhadap rata-rata vektor y.

TERIMA KASIH