Pendugaan Parameter

PENDUGAAN

Proses yang menggunakan sampel statistik untuk menduga/ menaksir hubungan parameter populasi yang tidak diketahui.

Penduga : suatu statistik yg digunakan untuk menduga suatu parameter.

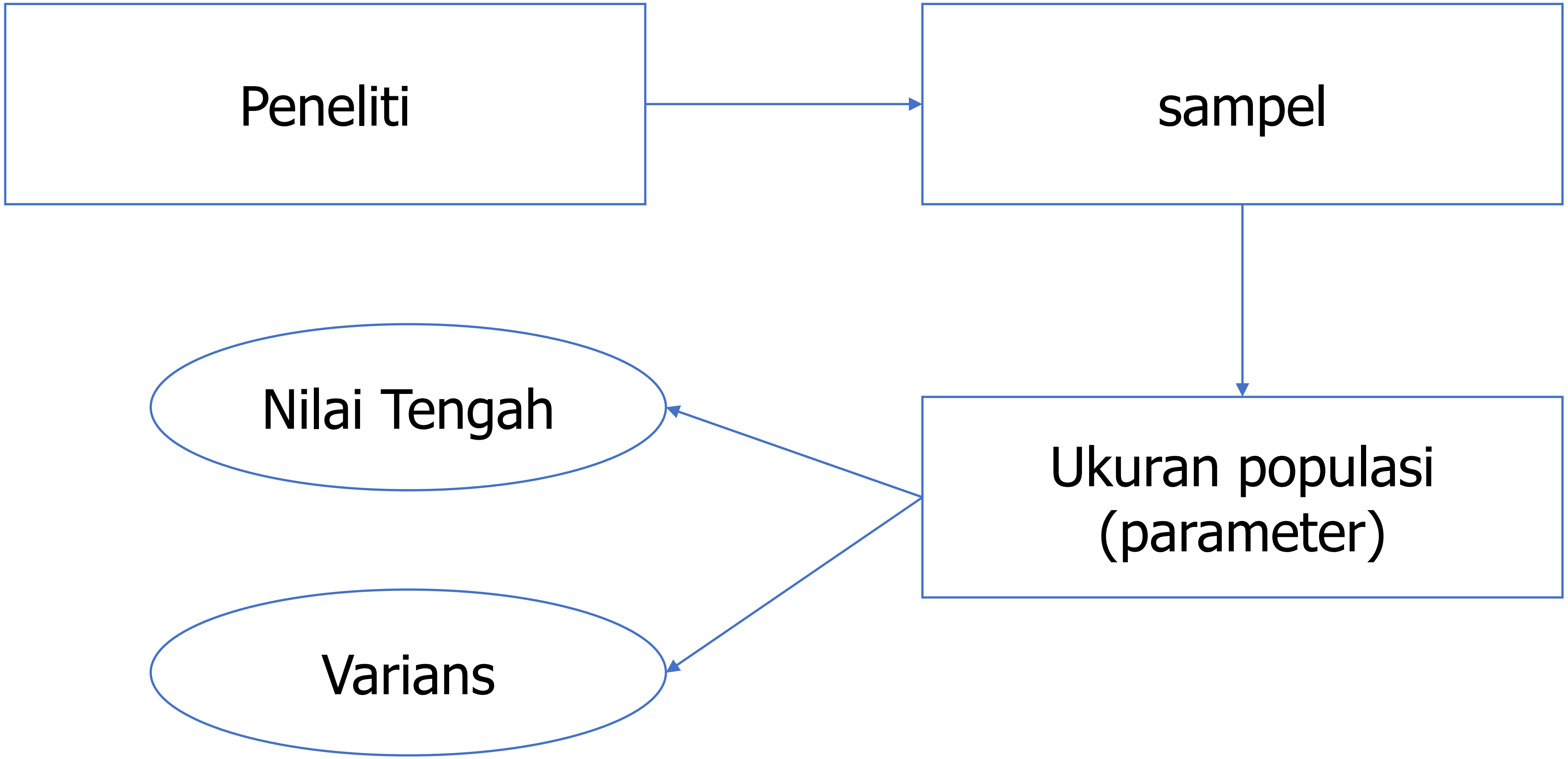
Estimasi: Pengukuran terhadap nilai parameternya (populasi) dari data sampel yang diketahui.

Secara umum, parameter diberi lambang θ (baca: theta) dan penduga diberi lambang $\hat{\theta}$ (baca : theta topi). Untuk lebih jelasnya,perhatikan tabel berikut:

Parameter (θ)	**Penduga ($\hat{\theta}$)**
μ (rata-rata populasi)	$\overline{X}$ atau $\hat{\mu}$
P (proporsi/ persentase)	$\hat{p}$
σ^2 (varians)	S^2 atau $\hat{S}^2$
σ (simpangan baku)	S atau $\hat{S}$
r (koefisien korelasi)	ρ atau $\hat{r}$
b (koefisien regresi)	B atau $\hat{b}$

METODE PENDUGA PARAMETER

Tujuan : digunakan untuk mengukur suatu populasi



CIRI-CIRI PENDUGA YANG BAIK

1. Tidak Bias (*Unbiased*) : apabila nilai penduga sama dengan nilai yang diduganya

   E (penduga) = parameternya

2. Efisien : apabila penduga memiliki varians yang kecil
3. Konsisten :
   a. Jika ukuran sampel semakin bertambah maka penduga akan mendekati parameternya.
   b. Jika ukuran sampel bertambah tak berhingga mk distribusi sampling. penduga akan mengecil menjadi tegak lurus di atas parameter yang sebenarnya dengan probabilitas sama dengan satu.

Jenis-jenis pendugaan berdasarkan cara penyajiannya

1. **Pendugaan titik**

   Suatu nilai angka tertentu sebagai estimasi untuk parameter yang tidak diketahui.

$$E(\mu) = \bar{x};\ \ E(\sigma^2) = S^2;\ \ E(p) = \hat{p}$$

2. **Pendugaan interval**

   Pendugaan yang mempunyai dua nilai sebagai pembatasan/ daerah pembatasan

   Digunakan tingkat keyakinan terhadap daerah yang nilai sebenarnya/ parameternya akan berada.

   Nilai $(1-\alpha)$ disebut koefisien kepercayaan

   Selang kepercayaan : $(1-\alpha)$ x 100%

Jenis-jenis pendugaan berdasarkan parameternya

1. Pendugaan rata-rata
2. Pendugaan proporsi
3. Pendugaan varians

Pendugaan interval untuk rata-rata

1. Untuk sampel besar (n ≥ 30)

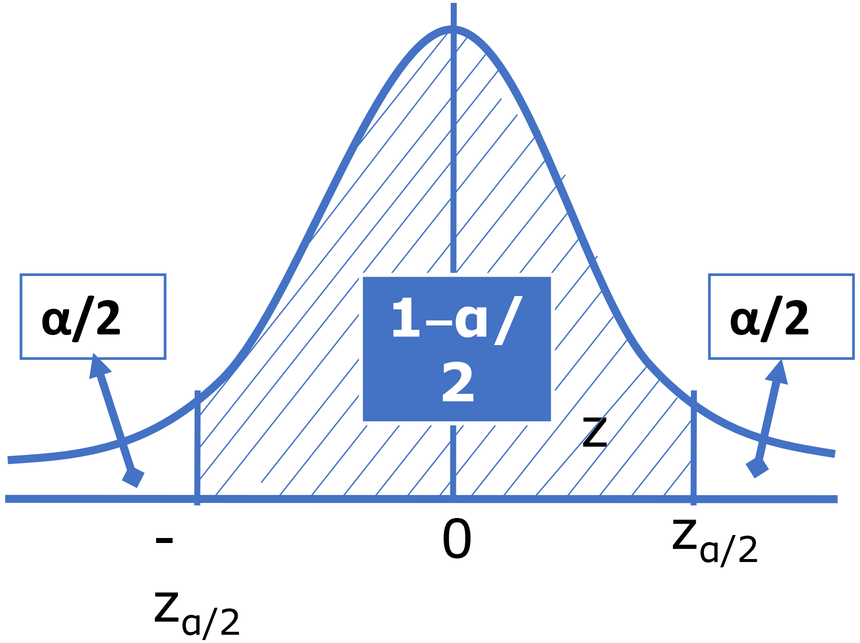
a. Untuk populasi tidak terbatas/ populasi terbatas yang pengambilan sampelnya dengan pengembalian dan σ diketahui atau n/N ≤ 5%

$$\overline{X} - Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \overline{X} + Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Penaksiran rata-rata sampel adalah menentukan interval nilai rata-rata sampel yang dapat memuat parameter rata-rata populasi, jika dipakai distribusi probabilitas normal, *confedence interval* untuk rata-rata ditentukan.

- Didapat dua batas kepercayaan

$$\hat{\theta}_1 = \overline{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \text{ dan } \hat{\theta}_2 = \overline{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$



Ilustrasi 1

- Rata-rata IP sampel acak 36 mahasiswa tingkat S-1 adalah 2.6. Hitung selang kepercayaan 95% dan 99% untuk rata-rata IP semua mahasiswa S-1! Anggap bahwa standar deviasi populasinya 0.3.

- **Solusi:**

Diketahui $\bar{x}$= 2.6; σ = 0.3; $z_{0.025}$ = 1.96; $z_{0.005}$ = 2.575

- Selang kepercayaan 95% untuk rata-rata IP semua mahasiswa S-I:

$$2.6-(1.96)\left(\frac{0.3}{\sqrt{36}}\right)<\mu<2.6+(1.96)\left(\frac{0.3}{\sqrt{36}}\right)$$

$$2.50<\mu<2.70$$

- Interpretasi: Dapat dipercaya sebesar 95% bahwa rata-rata IP semua mahasiswa S-1 antara 2.50 hingga 2.70

Selang kepercayaan 99% untuk rata-rata IP semua mahasiswa S-I:

$$2.6-(2.575)\left(\frac{0.3}{\sqrt{36}}\right)<\mu<2.6+(2.575)\left(\frac{0.3}{\sqrt{36}}\right)$$

$$2.47<\mu<2.73$$

Interpretasi: Dengan tingkat kesalahan 1%, dapat dinyatakan bahwa rata-rata IP semua mahasiswa S-1 antara 2.47 hingga 2.73.

b. Untuk populasi terbatas, pengambilan sampel tanpa pengembalian dan σ diketahui atau n/N > 5%

$$\overline{X} - Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} < \mu < \overline{X} + Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

2. Untuk sampel kecil (n ≤ 30)

$$\overline{X} - t_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \overline{X} + t_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum X^2}{n-1} - \frac{(\sum X)^2}{n(n-1)}}$$

Ilustrasi 2

Sebuah perusahaan ingin mengestimasi rata-rata waktu yang diperlukan oleh sebuah mesin yang digunakan untuk memproduksi satu jenis kain. Diambil secara acak 36 pis kain, waktu rata-rata yang diperlukan untuk memproduksi 1 pis kain adalah 15 menit. Jika diasumsikan standar deviasi populasi 3 menit, tentukan estimasi interval rata-rata dengan tingkat confidence (tingkat kepercayaan) 95% ?

Solusi

$\bar{x}$ = 15 menit

n = 36

Simpangan Baku = 3

Nilai standar Deviasi $\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$ = 3 : √36 = 0.5

Tingkat Kepercayaan 95%, dari tabel distribusi normal diperoleh Ztabel = 1.96

14.02 < μ < 15.98

Pendugaan Interval Untuk Proporsi

1. Untuk sampel besar (n > 30)

a. Untuk populasi tidak terbatas

$$p - Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} < P < p + Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

b. Untuk populasi terbatas dan pengambilan sampel tanpa pengembalian

$$p - Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} < P < p + Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

2. Untuk sampel kecil (n ≤ 30)

$$p - t_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} < P < p + t_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

Sebuah Sampel sebanyak 25 buah apel, 8 diantaranya apel kualitas rusak. Dengan interval keyakinan 95%, tentukan proporsi apel yang rusak ?

Ilustrasi 2

Survei terhadap 25 calon pemilih menunjukkan bahwa 80% akan memilih Bill Clinton. Buatlah dugaan sebesar 95% confidence level untuk proporsi calon yang akan memilih Bill Clinton!

Solusi

Dik: $n = 25$

$t\alpha/2 = t_{0,025;\,24} = 2,0639$

$\frac{x}{n} = 0,8$

Dit: $P\left(\frac{x}{n} - t_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\frac{x}{n}(1-\frac{x}{n})}{n}} < \pi < \frac{x}{n} + t_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\frac{x}{n}(1-\frac{x}{n})}{n}}\right) = 0,95$

$$0,8 - 2,0639\sqrt{\frac{0,8(0,2)}{25}} < \pi < 0,8 + 2,0639\sqrt{\frac{0,8(0,2)}{25}}$$

$0,8 - 0,165112 < \pi < 0,8 + 0,165112$

$0,634888 < \pi < 0,965112$

Jadi, dengan tingkat signifikansi 5% proporsi calon yang akan memilih Bill Clinton berkisar antara 63,4888% dan 96,5112%.

Rumus Matlab

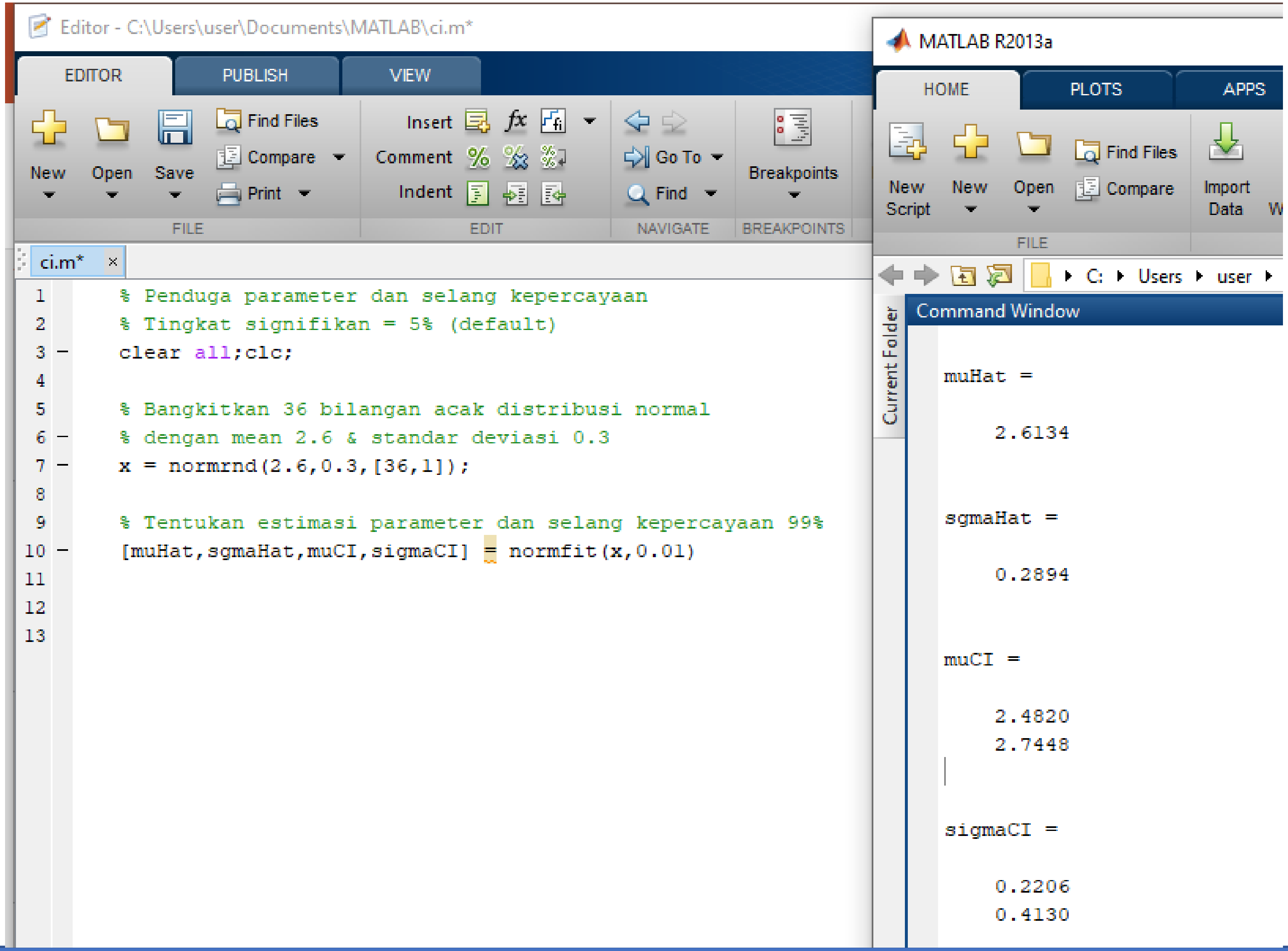
```
[muHat,sigmaHat,muCI,sigmaCI] = normfit(x)

[muHat,sigmaHat,muCI,sigmaCI] = normfit(x,alpha) ->
```

Keterangan:
muHat : penduga parameter rata-rata
sigmaHat : akar dari penduga tak bias varian
muCI : selang kepercayaan untuk rata-rata
sigmaCI : selang kepercayaan untuk akar dari parameter tak bias varian

Perhitungan dengan Matlab

Soal kasus pada Ilustrasi 1 untuk selang kepercayaan 99%



TERIMA KASIH